
COMMODITIES AGRÍCOLAS: CAOS NO MERCADO BRASILEIRO

Agricultural commodities: chaos in the brazilian market

Antonio Marcos Bezerra

Economista. Mestrando em Administração pela UFSM. bezerraeco@gmail.com

Paulo Sergio Ceretta

Administrador. Doutor em Engenharia de Produção pela UFSC. Prof. Associado do Departamento de Ciências Administrativas da UFSM. Avenida Roraima, nº 1000, Cidade Universitária, Prédio 74C, Camobi. Santa Maria, RS. CEP 97105-900. ceretta10@gmail.com

Resumo: O Brasil tem se apresentado no cenário internacional como grande produtor e exportador de *commodities*. Após verificar que há uma carência de trabalhos de investigação da presença de caos na série de preços das *commodities*, comercializadas no mercado brasileiro, surgiu a motivação para realizar o presente trabalho, que tem por objetivo analisar o comportamento das séries de retornos dos preços das *commodities* quanto à presença de caos. Para alcançar esse objetivo, foram realizados os cálculos do teste BDS e do maior expoente de Lyapunov, utilizando o *software* R, aplicados às séries temporais dos retornos dos preços diários e aos resíduos dos modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q). As moedas utilizadas como referências foram o real e o dólar americano para as seguintes *commodities*: boi, café, açúcar, frango, soja, milho. Ao final, conclui-se que não há presença de comportamento caótico nas séries temporais analisadas, apesar de ter sido encontrada não linearidade nos dados brutos, antes da aplicação dos filtros.

Palavras-chave: *Commodities*; Caos; Não-linearidade; Teste BDS; Expoente de Lyapunov.

Abstract: Brazil has presented itself on the international scene as a major producer and exporter of commodities. After verifying that there is a lack of research work on the presence of chaos in the series of prices of commodities traded in the Brazilian market, the motivation to carry out the present work emerged, which aims to analyze the behavior of the series of price returns of commodities. To achieve this objective, the calculations of the BDS test and the Lyapunov highest exponent were performed, using the R software, applied to the time series of daily price returns and the residuals of the ARMA (p,q) and EGARCH (p,q) models. The currencies used as references were the Real and the US Dollar for the following commodities: Beef, Coffee, Sugar, Chicken, Soybeans, Corn. In the end, it is concluded that there is no presence of chaotic behavior in the analyzed time series, although nonlinearity was found in the raw data, before applying the filters.

Keywords: Commodities; Chaos; Nonlinearity; BDS test; Lyapunov Exponent.

1 INTRODUÇÃO

O Brasil tem se apresentado no cenário internacional como grande produtor e exportador de *commodities* para o mundo, pois o agronegócio brasileiro tem aumentado de produtividade e de representatividade tanto dentro do Produto Interno Bruto (PIB) quanto dentro das exportações (KIANEK, 2020). Diante disso, é muito importante que pesquisadores, analistas e formuladores de políticas públicas possam conhecer o comportamento das séries de preços das *commodities* do mercado brasileiro – inclusive quanto à presença de caos – a fim de aplicarem modelos mais adequados para realizarem previsões e subsidiar a tomada de decisões (SONI, 2013).

Diante disso, o presente trabalho tem como tema o estudo da série diária do retorno dos preços das *commodities* agrícolas – boi, café, açúcar, frango, soja, milho – negociadas no mercado brasileiro. Este estudo é relevante, dada a grande representatividade dessas *commodities* dentro da pauta de exportação brasileira, que pode gerar um superávit da balança comercial e melhorar as contas nacionais, acumulando e ampliando as reservas cambiais. Ademais, o equilíbrio da distribuição das vendas internas e externas desses produtos pode vir a afetar a inflação doméstica. Logo, é imperativo aos gestores de políticas públicas de controles de preços o conhecimento aprofundado desse tema.

Neste trabalho, utiliza-se o conceito de Caos proposto por Williams (1997, p. 17): “O caos é uma evolução de longo prazo sustentada e de aparência desordenada que satisfaz certos critérios matemáticos especiais e que ocorre em um sistema não linear determinístico”. Além disso, uma série de dados, para ser considerada caótica, precisa satisfazer a três condições: i) dependência não linear dos dados; ii) dependência sensível às condições iniciais; e iii) após sofrer uma perturbação por um atrator estranho os dados se auto-organizam.

Dessa forma, após uma breve busca, verificou-se uma carência de trabalhos a respeito de investigação de comportamento caótico na série dos preços das *commodities* comercializadas no mercado brasileiro. Essa ausência ou pouca existência de pesquisas nessa área foi o que motivou a realização deste trabalho de pesquisa.

Ademais, o presente trabalho contribui para a literatura especializada sobre o tema de três formas: primeiro, pela contribuição para dirimir, mesmo que minimamente, a carência de estudos sobre o tema aqui no Brasil; segundo, por lançar luz, quanto à presença ou não de comportamento caótico sobre as séries diárias de retornos estudadas; e, terceiro, por apresentar resultados que podem subsidiar os gestores de políticas públicas de controle de preços no processo de tomada de decisão. Por fim, como implicação prática da presença de comportamento caótico, seria a adoção de modelos de previsão que satisfaçam os pressupostos de sistema não linear determinístico.

Sendo assim, o presente artigo busca responder a seguinte questão central: Como é o comportamento das séries dos retornos diários dos preços das *commodities* agrícolas negociadas no mercado brasileiro? Para responder essa pergunta, tem-se como objetivo analisar o comportamento das *commodities* – boi, café, açúcar, frango, soja, milho – quanto à presença de caos. Essa investigação foi realizada pela aplicação do teste BDS, proposto em 1987 por W. A. Brock, W. D. Dechert e J. A. Scheinkman, para analisar o comportamento quanto à dependência não linear dos dados e pela estimativa do maior Expoente de Lyapunov, utilizando o algoritmo proposto por Wolf *et al.* (1985); e quanto à sensibilidade às condições iniciais dos dados, se os dados divergem ou convergem – características básicas de comportamento caótico.

Para alcançar o objetivo, o presente artigo está estruturado da seguinte forma: introdução; na segunda seção, é apresentada uma breve revisão da literatura sobre trabalhos anteriores que tratam a respeito da investigação de não linearidade e de caos em séries temporais; na terceira seção, são mostrados e especificados os testes aplicados e modelos utilizados para filtragem das séries temporais; na quarta seção, apresentam-se os valores estimados e se faz uma análise e discussão

breve dos resultados; e, por fim, na quinta seção apresentam-se as considerações finais e as limitações deste artigo.

2 LITERATURA: UMA BREVE REVISÃO

Nas últimas três décadas, a questão de identificação da presença de estruturas não lineares (dependência não linear) em séries temporais econômicas e financeiras tem recebido muita atenção de numerosos pesquisadores (ver, por exemplo, HSIEH, 1991; GILMORE, 1996 e 2001; CHATRATH *et al.*, 2002; MATILLA-GARCÍA *et al.*, 2005; EMMANOUILIDES; FOUSEKIS, 2012; SONI, 2013; KUMAR; KAMAIAH, 2014; SU *et al.*, 2014; RAMÍREZ *et al.*, 2015; GUTIERREZ *et al.*, 2019; GUNAY; KAŞKALOĞLU, 2019; COTO-MILLAN; IGLADA-PÉREZ, 2020).

Paralelamente, a busca por identificar comportamento caótico (presença de caos) em séries temporais, tanto econômicas quanto financeiras, também tem atraído atenção de muitos pesquisadores (ver, por exemplo, HSIEH, 1991; GILMORE, 1996 e 2001; CHATRATH *et al.*, 2002; RAMASAMY; HELMI, 2011; KUMAR; KAMAIAH, 2014; SU *et al.*, 2014; RAMÍREZ *et al.*, 2015; GUNAY; KAŞKALOĞLU, 2019; TIWARI; GUPTA, 2019; COTO-MILLAN; IGLADA-PÉREZ, 2020).

Quanto ao estudo do caos, o interesse sobre esse assunto foi despertado e desenvolvido inicialmente pelas ciências físicas na década de 1960. Isso demonstra uma demora considerável para o estudo do caos ser incorporado como metodologia pelos economistas em seu campo de estudo. Mandelbrot (1963) foi o pioneiro na crítica à modelagem financeira existente na época, baseada, principalmente, na curva gaussiana (curva da distribuição normal). Em seu artigo seminal intitulado “*Variation of Certain Speculative Prices*”, ele investigou os preços do algodão no mercado dos Estados Unidos da América e encontrou evidências que os preços apresentavam uma distribuição de cauda gorda, bem como, agrupamento de volatilidade e saltos de volatilidade nas séries de retornos. Vale ressaltar que esse autor não analisou comportamento caótico dos preços do algodão, mas, a partir desse estudo, ele desenvolveu, mais tarde, a ciência da geometria fractal, que não é o objeto de estudo no presente trabalho, mas está intimamente relacionada ao estudo de sistemas caóticos (KUMAR; KAMAIAH, 2014).

2.1 Commodities agrícolas no Brasil

No início da primeira década do século XXI, o Brasil experimentou um grande aumento da exportação de *commodities*, inclusive das *commodities* agrícolas, impulsionado pela demanda crescente por produtos primários e proteínas, prática comercial liderada pela China, e também pelo aumento dos valores desses produtos no mercado mundial. Esses fatores são favoráveis para que os produtores se interessem em exportar seus produtos. Vale destacar que nesta subseção não temos a pretensão de esgotar o assunto do subtítulo, mas apenas relacionar o tema ao objeto através das séries de dados do presente trabalho.

Nas duas primeiras décadas deste século, o Brasil tem se apresentado no cenário internacional como grande produtor e exportador de *commodities* para o mundo. Ano após ano, o agronegócio brasileiro tem entregado um aumento de produtividade e de representatividade tanto dentro do Produto Interno Bruto (PIB) quanto dentro das exportações (KIANEK, 2020). Fatores que se explicam pela grande extensão de terras agriculturáveis, mão de obra barata e desenvolvimento tecnológico, que resultam em um aumento extraordinário da produção de *commodities* agrícolas.

Commodity é um termo em inglês que pode ser traduzido como mercadoria. Porém, para receber a denominação mais precisa, essa mercadoria necessita satisfazer três características principais, quais sejam: produtos padronizados (sem marca); produtos amplamente comercializados no mercado internacional (muitos produtores e compradores); e não podem ser facilmente perecíveis. Ademais, normalmente, elas servem de matéria-prima para outros produtos, têm baixo grau de in-

dustrialização, seus preços são cotados internacionalmente e são negociadas em bolsas de valores (BOTELHO, 2021).

O presente trabalho tem como *corpus* um pequeno grupo específico de *commodities*, com denominação de agrícolas, que recebem a seguinte subdivisão: grãos (soja e milho); proteínas (boi e frango); e *softs* (café e açúcar), tratadas apenas como *commodities* agrícolas (BOTELHO, 2021). A escolha desse conjunto de *commodities* se deu pelo grande volume negociado anualmente, ou seja, a grande representatividade dentro da pauta exportadora brasileira e pela disponibilidade de dados no *site* do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA).

No início deste século, o Brasil experimentou um aumento considerável nas suas exportações, principalmente de *commodities* agrícolas, apresentando ano após ano saldo positivo na sua balança comercial, exceto em 2014, que, por conta do reflexo da crise econômica mundial, experimentou um pequeno déficit, e, em consequência disso, pôde acumular divisas estrangeiras e equilibrar sua balança de pagamentos (GARCIA, 2019).

Diante disso, vemos que há benefícios, uma vez que é a partir das exportações que desenvolvemos a capacidade de importação de bens e tecnologias das quais carecemos internamente e que podem ser usadas para o desenvolvimento da economia.

Não há trabalhos tratando a respeito da investigação sobre o comportamento caótico nas séries de preços de *commodities* no mercado brasileiro, o que motivou o presente estudo. Para relacionar e fundamentar o tema deste artigo com as *commodities* agrícolas, podem-se apontar os seguintes trabalhos: Chatrath *et al.* (2002); Emmanouilides e Fousikes (2012); Soni (2013); e Ramírez *et al.* (2015).

2.2 Teste BDS: detectar não linearidade dos dados

O teste BDS para detectar a não linearidade dos dados é bem aceito e já está consolidado no meio acadêmico. A seguir, serão apresentados alguns estudos que utilizaram o teste BDS como ferramenta para investigar a presença de não linearidade em séries temporais econômicas e financeiras, que dizem respeito desde *commodities* – metais, petróleo e alimentos – aos contratos futuros a preços correntes, mercado de ações, etc.

A quebra do mercado de ações em 19 de outubro de 1987 despertou o interesse pela investigação das dinâmicas não lineares e caóticas determinísticas, tanto pela imprensa financeira quanto pelos acadêmicos de finanças. Isso ocorreu pelo fato de terem sido observados grandes movimentos no mercado de ações, contrariando o esperado, com base numa distribuição normal. Neste trabalho foi aplicado o teste BDS aos retornos semanais das ações. Esses dados foram coletados do Center for Research in Securities Prices (CRSP) da Universidade de Chicago, do início de 1963 até o final de 1987, e constatou-se que esses dados apresentavam uma dinâmica não linear (HSIEH, 1991).

Gilmore (1996) realizou um trabalho de pesquisa considerando uma série de retornos semanais – mas a série foi construída com dados diários da CRSP –, incluindo os dividendos, no período de 02/07/1962 a 31/12/1989 (período maior do que do trabalho anterior). Aplicou os modelos AR, ARCH e GARCH na tentativa de capturar a não linearidade, mas concluiu que a série apresenta uma dinâmica não linear que não pôde ser totalmente explicada pelos modelos, pois, ao aplicar o teste BDS aos resíduos, foi detectado que havia dependência não linear.

Em 2001, essa mesma autora realizou um trabalho aplicando o teste BDS à taxa de câmbio diária de três moedas: Libra Esterlina, Marco Alemão e Iene Japonês, no período de janeiro de 1976 a dezembro de 1995 para as duas primeiras (5.197 observações) e de janeiro de 1976 a junho de 1994 para a última (4.814 observações). A hipótese nula de que os dados são independentes e identicamente distribuídos (IID) foi rejeitada para todas as três moedas. Portanto, elas apresentaram uma dinâmica não linear. Vale ressaltar que, mesmo após a aplicação dos modelos GARCH (1,1) e EGARCH (1,1), a hipótese nula foi rejeitada. Logo, esses dois modelos, que são comumente

utilizados em modelagem de séries temporais de dados financeiros, não foram capazes de capturar toda a não linearidade dos dados do estudo (GILMORE, 2001).

Nessa linha de pesquisa, Chatrath *et al.* (2002) realizaram um estudo que buscava investigar a presença de estrutura caótica de baixa dimensão nas variações de preços futuros de quatro *commodities* agrícolas importantes, a saber: soja, milho, trigo e algodão. Após aplicar o teste BDS aos dados diários das quatro *commodities* ao longo de 25 anos, conclui-se que há forte evidência de dependência não linear nos dados, mas não há evidência de estrutura caótica de longa duração.

Poucos anos mais tarde, Matilla-García *et al.* (2005) apresentam um trabalho no qual discutem a sensibilidade do teste BDS ao tempo de atraso, tendo em vista que o teste clássico utiliza o valor 1 fixo para o tempo de atraso. Os autores concluíram que o teste é robusto para a detecção de não linearidade dos dados, mas é preciso ter cuidado para que esses dados não sejam muito ruidosos. Neste caso, deve-se aplicar métodos para remover o ruído ou analisar amostras grandes.

Emmanouilides e Fousikes (2012) aplicaram o teste BDS ao conjunto de dados de preços brutos semanais (euros/100 kg), de 1991 a 2008, obtidos junto à Comissão Europeia – referentes aos quatro principais mercados de porco da União Europeia (UE), a saber: Alemanha, Espanha, França e Dinamarca –, e concluíram que: i) as relações espaciais dos preços são não lineares; e ii) os desvios dos diferenciais de preços em estado estacionário são corrigidos de forma não linear.

Ainda no que se refere à investigação com relação à não linearidade, destaca-se o trabalho de Soni (2013), que analisou a não linearidade nos mercados de *commodities* na Índia. Nesse estudo, foi usada uma amostra de valores diários de fechamento de índices de *commodities* no período de junho de 2005 até janeiro de 2012. Após a aplicação do teste BDS, ele constatou que há a presença de não linearidade nas séries de retornos no mercado de *commodities* indiano.

Ramírez *et al.* (2015) analisaram o comportamento dos retornos de contratos futuros de oito *commodities* agrícolas negociadas no *Chicago Mercantile Exchange* (CME), a saber: milho, trigo, óleo de soja, cacau, café arábica, açúcar cru, gado de corte e ovos brancos. Os autores aplicaram o teste BDS aos dados referentes aos preços dos contratos futuros do período compreendido entre julho de 1994 e novembro de 2010 (4.267 observações no total), para investigar se as séries de dados apresentavam comportamento não linear e concluíram que sim, para todas as séries analisadas.

Mais recentemente, em um trabalho intitulado “*Detecting Nonlinear Dynamics Using BDS Test and Surrogate Data in Financial Time Series*”, Gutierrez *et al.* (2019) realizaram uma discussão a respeito da aplicação do teste BDS em séries temporais de dados financeiros, mais precisamente, observações diárias de preços das ações da mineradora Minsur no período de 13/10/1993 a 26/11/2014. A hipótese nula de os dados serem independentes e identicamente distribuídos (IID) foi rejeitada para os dados e, assim, os autores concluíram que há dependência não linear.

2.3 Expoente de Lyapunov

O expoente de Lyapunov foi desenvolvido inicialmente para ser aplicado nas ciências físicas para o estudo de Sistemas Dinâmicos. Posteriormente, foi aplicado em diversas áreas, como no estudo do fluxo de água de um rio, estudo do fluxo e velocidade do vento, estudo das ondas cerebrais, estudo de séries temporais de dados econômicos e financeiros, etc. (KUMAR; KAMAIAH, 2014).

Tiwari e Gupta (2019), em seu artigo intitulado “*Chaos in G7 stock markets using over one century of data: A note*”, utilizaram o expoente de Lyapunov para investigar a presença de caos no retorno das ações dos países pertencentes ao Grupo dos Sete (G7). Esses autores usaram um grande conjunto de dados históricos diários e mensais que cobre mais de um século dos seguintes países: Canadá, França, Alemanha, Itália, Japão, Reino Unido e EUA. Após a aplicação do teste do expoente de Lyapunov, e uma versão do expoente de Lyapunov com rede neural, eles concluíram que, tanto utilizando os dados brutos quanto após a aplicação de tratamento para retirada de ruídos

nos dados, há a presença de comportamento caótico para os retornos das ações dos mercados dos países que compõem o G7.

2.4 Detecção de caos: teste BDS e expoente de Lyapunov

Kumar e Kamaiah (2014) realizaram um estudo que investiga a presença de caos determinístico nos mercados cambiais dos seguintes países: Bulgária, Croácia, República Checa, Hungria, Polônia, Romênia, Rússia, Eslováquia e Eslovênia. Os dados utilizados no estudo consistem no log do retorno mensal da taxa de câmbio nominal efetiva, no período de janeiro de 1994 a dezembro de 2013.

Inicialmente, foi aplicado o teste BDS para detectar a dependência linear e, posteriormente, foi estimado o expoente de Lyapunov tanto para o retorno das séries para cada mercado quanto para os resíduos padronizados obtidos de um modelo EGARCH (1,1) – aplicado com o intuito de verificar se a possível dependência não linear não pode ser explicada por um processo GARCH, visto que, apenas a dependência em si, não linear, não garante a presença de estrutura caótica.

Esses autores concluíram que há presença de dependência não linear e que o expoente de Lyapunov aplicado aos retornos e aos resíduos padronizados chegou a resultados todos positivos. Portanto, os resultados mostram que o modelo EGARCH foi incapaz de explicar o comportamento não linear, e que todos os mercados em estudo são caóticos por natureza.

Su *et al.* (2014) também utilizaram o teste BDS e o expoente de Lyapunov com o objetivo de detectar caos em séries temporais de produtos agrícolas, mais precisamente, na média aritmética dos preços de repolho no atacado, na província de Shangdong, aplicando os testes aos dados semanais de janeiro de 2003 a dezembro de 2014. Após a realização dos testes, eles concluíram que as séries analisadas são não lineares. Os maiores expoentes de Lyapunov são positivos e, diante disso, existem características não lineares e caóticas no sistema de preços agrícolas.

Günay (2015) realiza uma análise completa dos mercados de ações de países emergentes, a saber: Brasil, Rússia, Índia, China e Turquia (BRIC-T), onde ele aplica o teste BDS, maior expoente de Lyapunov e o método de contagem de caixa – este último não faz parte no presente trabalho.

Os dados utilizados foram os retornos diários dos índices de ações desses países entre 01/10/1997 e 30/01/2014 – foram analisadas a não linearidade, a sensibilidade às condições iniciais e as características de fractabilidade. Essas séries de dados foram filtradas utilizando os modelos AR-FIRMA, FICARCH e FIEGARCH, para incorporar a propriedade de memória longa na média condicional e na variância condicional, uma vez que as séries temporais financeiras podem conter memória longa. Esse autor concluiu que há dependência não linear nas séries de dados que não podem ser explicadas pelos modelos ARFIRMA e FIEGARCH, e o maior expoente de Lyapunov foi positivo. Há caos de baixa dimensão nos dados analisados.

Mammadli (2017) aplicou o teste BDS e o expoente de Lyapunov a uma série de retornos diários de taxas de vendas USD/TL (dólar em relação à moeda turca), com o objetivo de analisar a presença de não linearidade e caos. Os dados utilizados na aplicação empírica cobrem o período de 1º/01/1995 a 31/12/2000, totalizando uma amostra com 1564 observações, extraídas de dados estatísticos do Banco Central da Turquia.

Após aplicar o teste para estimar o expoente de Lyapunov para as dimensões de incorporação de 1 até 8, o autor constatou que todos as estimativas eram negativas, logo, a série não era caótica. No entanto, quando ele aplicou o teste BDS aos resíduos de um modelo ARMA para os níveis de dimensão de incorporação, variando de 2 até 8, verificou que a hipótese nula de iid foi rejeitada para todos os níveis. Portanto, a série de retornos apresenta dinâmica não linear. Sendo assim, ele concluiu que deve rejeitar a presença de caos e encontrou evidências suficientes para a não linearidade no mercado de câmbio turco.

Por fim, Gunay e Kaşkaloglu (2019) utilizaram o teste BDS e o expoente de Lyapunov para investigar a dinâmica caótica no mercado de criptomoeda. Utilizaram quatro ativos principais, a saber: Bitcoin, Litecoin, Ripple e Ethereum. Os dados utilizados têm frequência diária e cobrem o período de 28/04/2013 a 13/01/2018. O teste BDS foi aplicado aos resíduos dos modelos ARFIMA e FIGARCH e indicou que todas as variáveis apresentam características não lineares.

No que se refere à evidência fornecida pelo expoente de Lyapunov, os valores foram todos positivos e, assim, implicam evidências da existência de dinâmica caótica. A partir desse estudo, os autores concluíram que os resultados gerais indicam que o comportamento estatístico das criptomoedas é não aleatório (com características não lineares) e exibe uma dinâmica caótica.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Quanto aos dados, as séries temporais são compostas pelos retornos diários do logaritmo dos preços extraídos das séries históricas disponibilizadas no *site* do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA), calculados como (RAMÍREZ *et al.*, 2015), chamados de dados brutos, e pelos resíduos dos modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q), em real e em dólar americano, das seguintes *commodities*: boi, café, açúcar, frango, soja, milho. Essa escolha se deu por conta desses produtos apresentarem um grande volume negociado dentro do total das exportações brasileiras. A amostra abrange o período de 03/01/2011 até 10/05/2020, perfazendo um total de pouco mais de 2.430 observações, com exceção do açúcar, que apresenta 2.420 observações.

Vale ressaltar que não houve tratamento quanto à aplicação de deflação ou inflação aos preços diários, visto que os trabalhos que serviram de base para esta pesquisa também não realizaram tal tratamento. Diante disso, seguimos o cálculo da série de retorno exatamente como em Ramírez *et al.* (2015).

As estimativas foram obtidas utilizando o *software* R pela aplicação do teste BDS, proposto em 1987 por W. A. Brock, W. D. Dechert e J. A. Scheinkman para analisar o comportamento quanto à dependência não linear dos dados e pela aplicação do teste do maior expoente de Lyapunov, utilizando o algoritmo proposto por Wolf *et al.* (1985), quanto à sensibilidade às condições iniciais dos dados, para observar se os dados divergem ou convergem, característica básica de comportamento caótico. Em seguida, foram realizadas as estimativas dos resíduos através dos modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q), que serviram de séries para aplicação dos mesmos testes, com a finalidade de verificar se esses modelos são adequados para o estudo e previsão das séries estudadas.

3.1 Teste BDS

O teste BDS foi proposto em 1987 por W. A. Brock, W. D. Dechert e J. A. Scheinkman em artigo intitulado “*A Test for Independence Based on the Correlation Dimension*”. Para Kumar e Kamaiah (2014), esse teste é considerado um método poderoso, baseado no conceito de correlação integral, que consiste em detectar dependência serial em séries temporais (em séries de resíduos). O teste BDS confronta a hipótese nula de independência e identicamente distribuída (IID) contra uma hipótese alternativa não especificada.

Kumar e Kamaiah (2014), consideram uma série temporal $\{t = 1, 2, \dots, N\}$, de tal forma que ela seja uma amostra aleatória com observações independentes e identicamente distribuídas (IID). A partir dessa série temporal se pode calcular a integral de correlação que mede a probabilidade de que dois pontos quaisquer $\{ \}$ estejam a uma distância um do outro na fase dimensional m do espaço, e devem ser iguais ao produto das probabilidades individuais, em consequência direta do fato de serem pares de pontos distribuídos independentemente, tal integral de correlação é obtida como a seguir:

$$C_m(\varepsilon) = \prod_{i,j(i \neq j)} p(\|X_i - X_j\| < \varepsilon) \text{ com } N \rightarrow \infty \quad (1)$$

Se todas as observações forem distribuídas de forma idêntica, então:

$$C_m(\varepsilon) = [C_1(\varepsilon)]^m \text{ com } N \rightarrow \infty \quad (2)$$

A estatística:

$$B(m, \varepsilon, N) = N^{0,5} [C_m(\varepsilon) - C_1(\varepsilon)] \quad (3)$$

A estatística dada na equação (3) iria convergir para uma distribuição normal com média zero ($\sigma=0$) e uma variância $V(m, \varepsilon, N)$ que podem ser estimadas a partir da amostra de dados. Dessa forma, podemos definir a estatística BDS como a seguir:

$$W(m, \varepsilon, N) = \frac{B(m, \varepsilon, N)}{[V(m, \varepsilon, N)]^{1/2}} \text{ com } N \rightarrow \infty \quad (4)$$

Sendo assim, a estatística BDS, dada por W , seguirá uma distribuição normal. A hipótese nula consiste em testar as observações da série para (IID). No caso em que o estimador W for maior do que o nível de significância, poderemos rejeitar a hipótese nula em favor da hipótese alternativa, ou seja, a não linearidade existe para a série testada (KUMAR; KAMAIAH, 2014).

3.2 Expoente de LYAPUNOV

De acordo com Kumar e Kamaiah (2014), fazer a análise de comportamento caótico depende do conceito de “dependência sensível às condições iniciais” (SDIC, do inglês), e se as trajetórias próximas divergirem exponencialmente, considera-se que o caos existirá. Dessa forma, uma implicação da existência de SDIC é a perda sistemática ao longo do tempo de previsibilidade do sistema. O expoente de Lyapunov é utilizado para quantificar e detectar esse fenômeno. Esses expoentes são calculados como a seguir:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln(\|Df^n(x)\vec{v}\|)/n \quad (5)$$

Em que: D significa a derivada, $\|\cdot\|$ é a norma euclidiana, f^n é a iteração n do sistema dinâmico f com condições iniciais no ponto x e \vec{v} é um vetor de direção. Quando o maior desses expoentes for positivo, o sistema apresenta sensibilidade às condições iniciais, e quanto maior for o expoente, mais rápido é o declínio da previsibilidade. Esse método tem como requisito o conhecimento da estrutura analítica da dinâmica subjacente e, quando essa dinâmica é desconhecida, se faz necessário desenvolver um método para extrair informações sobre as taxas de divergência entre as órbitas próximas a partir de uma sequência de dados da amostra (KUMAR; KAMAIAH, 2014).

No presente trabalho, foi utilizado o algoritmo sugerido por Wolf *et al.* (1985), que consiste em definir uma linha S , como uma função do número de etapas de tempo, número de observações, dimensão de incorporação e raio de uma esfera B (indicador do tamanho da vizinhança), dada por:

$$S(\Delta_n, N, m, \varepsilon) = \frac{1}{N-m+1} \sum_{i_0}^{N-m+1} \ln\left(\frac{1}{|B(X_{i_0})|} \sum_{X_j \in B(X_{i_0})} \|x_{(i_0 + \Delta_n, 1)} - x_{(j + \Delta_n, 1)}\|\right) \quad (6)$$

Em que: $|B(\cdot)|$ é o número total de vizinhos na B (com diâmetro ε) de um vetor de referência X_{i0} , o elemento $x_{(i0,1)}$ é o mais recente do vetor de referência, e ε é a primeira observação fora do intervalo de tempo coberto pelo valor de referência (KUMAR; KAMAIAH, 2014).

Kumar e Kamaiah (2014) explicam que a ideia é traçar a distância entre um ponto de referência X_0 e seu vizinho X_j após transcorrer n etapas de tempo. Em que $d_j(X_0, X_j, n)$ é essa distância reconstruída no espaço e $\varepsilon(X_0, X_j)$ denota a distância inicial entre X_0 e X_j . Nesse caso, $d_j(X_0, X_j, n)$ deve crescer exponencialmente pelo maior expoente de Lyapunov $\lambda_{max}(X_0)$, ou em escala logarítmica, como a seguir:

$$\ln d_j(X_0, X_j, n) \approx \lambda_{max}(X_0)n + \ln \varepsilon(X_0, X_j) \quad (7)$$

Dessa forma, é proposto que se esse padrão linear for persistente por n etapas de tempo, a inclinação estimada é uma boa estimativa para o maior expoente de Lyapunov e, quando o valor deste expoente for maior do que zero, a série temporal subjacente é considerada caótica (KUMAR; KAMAIAH, 2014).

3.3 Modelo ARMA

O modelo autorregressivo de médias móveis é a junção de um processo autorregressivo (AR) com um processo de médias móveis (MA). O modelo ARMA (p, q) pode ser expresso como a seguir:

$$r_t = \mu + \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (8)$$

Em que: p se refere ao número de defasagens do retorno e q diz respeito ao número de defasagens do termo de erro para que a série se torne estacionária, ou seja, alcance a forma funcional linear.

3.4 Modelo EGARCH

Kumar e Kamaiah (2014) pontuam que a presença de não linearidade, por si só, não confirma uma dinâmica caótica em uma série temporal, pois pode ser uma dinâmica do tipo determinística e que, nesse caso, uma linearidade que poderia ser capturada pelos modelos da família GARCH. Então, com intuito de afastar essa possibilidade, foram estimados os expoentes de Lyapunov tanto para a série de preços quanto para os resíduos padronizados de um modelo EGARCH (1,1).

Nelson (1991), em um artigo intitulado “*Conditional heteroscedasticity in asset returns*”, propõe o modelo de heterocedasticidade condicional autorregressivo generalizado exponencial – EGARCH (permite a absorção de impactos assimétricos com a possibilidade de que alguns coeficientes sejam negativos), com o objetivo de superar as limitações do modelo GARCH simétrico.

A aplicação do modelo EGARCH no presente trabalho visa a filtrar a série temporal para ver se a não linearidade pode ser explicada por um processo GARCH (p, q). A vantagem desse modelo é que ele pode captar choques assimétricos nas séries temporais estudadas (KUMAR; KAMAIAH, 2014).

De acordo com Morettin (2016), um modelo EGARCH (1,1) é dado por:

$$r_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \quad (9)$$

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(h_{t-1}) \quad (10)$$

Em que: ε_t são variáveis aleatórias (IID) com média zero e $g(\cdot)$ é a curva de impacto da informação, especificada como a seguir:

$$g(\varepsilon_t) = \theta\varepsilon_t + \gamma\{|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)\} \quad (11)$$

Aqui temos que: θ e γ são parâmetros reais, e $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$ é uma sequência de variáveis aleatórias (IID) com média zero.

4 ANÁLISE EMPÍRICA: RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, conforme a Tabela 1, apresentam-se as estatísticas descritivas das variações de preço em logaritmos das *commodities* em estudo, em que se pode notar uma enorme variação entre o mínimo (-9,237) e o máximo (32,340) do frango, em reais, e que todas as médias em dólar americano foram negativas, ou seja, há mais valores negativos dos retornos em dólar do que valores positivos, traduzindo-se na média negativa. Ainda, pode-se notar que o desvio-padrão apresenta um valor maior do que 1,000, com raras exceções. Por fim, em relação à Tabela 1, nota-se a curtose alta, todos os valores acima de 1,800. Dessa forma, temos dados que apresentam distribuição de calda gorda, ou seja, não se apresentam como uma distribuição normal.

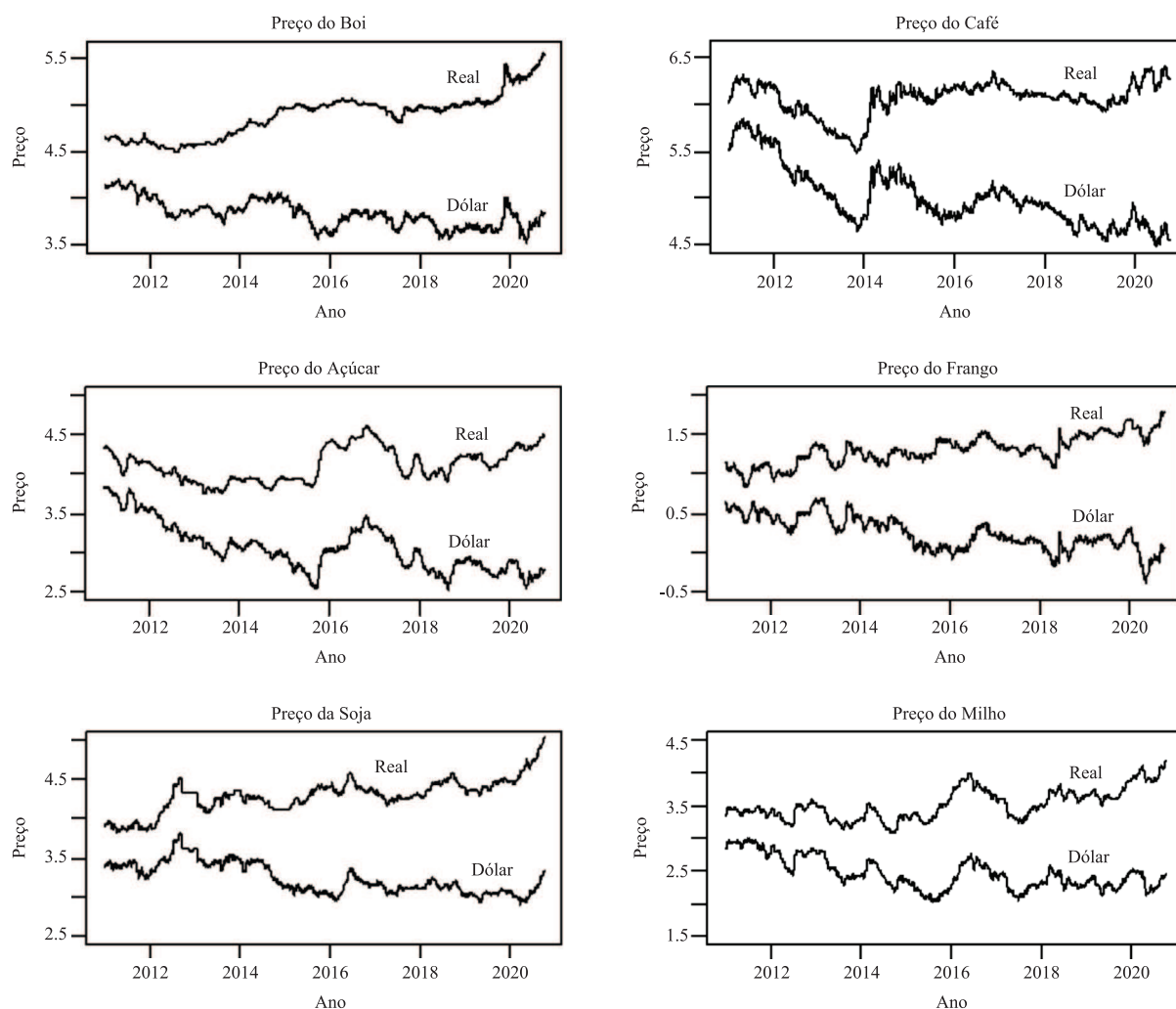
Tabela 1 – Estatísticas descritivas das variações de preço em logaritmos das *commodities* no período de 03/01/2011 a 10/05/2020 (valores tomados em reais e em dólar USA)

<i>Commodity</i>	Nº de Obs.	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-Padrão	Assimetria	Excesso de Curtose
Boi_Reais	2431	-9,094	11,203	0,037	0,849	0,264	24,526
Boi_Dólar	2431	-10,628	11,382	-0,013	1,300	-0,093	7,008
Café_Reais	2437	-10,237	8,273	0,010	1,502	0,006	3,924
Café_Dólar	2437	-9,301	9,164	-0,039	1,791	0,039	1,894
Açúcar_Reais	2420	-4,265	3,268	0,006	0,706	-0,229	2,123
Açúcar_Dólar	2420	-8,072	6,067	-0,043	1,179	-0,093	2,005
Frango_Reais	2433	-9,237	32,340	0,026	1,384	5,342	125,517
Frango_Dólar	2433	-8,935	32,668	-0,024	1,702	2,993	57,243
Soja_Reais	2437	-15,850	8,809	0,047	1,131	-2,175	31,238
Soja_Dólar	2437	-15,564	9,097	-0,003	1,349	-1,188	14,595
Milho_Reais	2434	-4,977	7,324	0,034	0,966	0,336	3,875
Milho_Dólar	2434	-7,610	7,187	-0,015	1,328	0,113	1,900

Fonte: elaboração própria.

Já na Figura 1, mostramos um comparativo para a evolução dos preços das *commodities* em reais e em dólar americano, valores em logaritmos. O preço do boi apresenta uma dinâmica mais volátil em dólar. Já em relação ao preço do café, observamos que, a partir de 2015, o preço em dólar tem uma tendência descendente, enquanto o preço em real se mostra estável; quanto ao frango, apresenta forma semelhante ao café. Em relação ao preço da soja, observamos que ele apresenta uma subida acentuada em real a partir de 2019.

Figura 1 - Evolução comparativa do preço das *commodities* em reais e em dólar, valores em logaritmos no período de 03/01/2011 a 10/05/2020



Fonte: elaboração própria.

A análise das séries de retorno do logaritmo dos preços das *commodities* cobertas por este trabalho foi feita tanto para o real quanto para o dólar americano, moeda aceita no mercado internacional. Além disso, de acordo com a Figura 1, observa-se que as variações desses preços são diferentes para as duas moedas, por exemplo: boi, açúcar e café a partir de 2018 têm uma tendência de alta em real enquanto em dólar há uma tendência de baixa. Diante disso, por conta do comportamento diferente da dinâmica de preços para cada moeda é que se faz necessária a análise individualizada.

Na Tabela 2, apresentam-se os valores obtidos através do teste BDS, aplicado às variações diárias dos preços dos dados brutos. A estatística do teste BDS se aproxima da Normal padrão, que tem como valores críticos para 5% (1,960) e 1% (2,575). Conforme a Tabela 2 abaixo, rejeita-se a hipótese nula para todas as *commodities* ao nível de confiança de 99%, que significa que os dados são independentes e identicamente distribuídos (IID), com exceção apenas para o frango em moeda local. Logo, os dados antes de qualquer filtragem, apresentaram dinâmica não linear e complexa que inclui a possibilidade da presença de caos, porque uma série que apresenta dinâmica caótica deve satisfazer a condição de não linearidade dos dados.

Tabela 2 – Teste BDS aplicado nas variações diárias de preço das *commodities* boi, café, açúcar, frango, soja e milho no período de 03/01/2011 a 10/05/2020

Commodity em moeda local (R\$)				Commodity em moeda local (US\$)		
Boi em moeda local (R\$)				Boi em dólar (US\$)		
eps[i]	0,004	0,008	0,013	0,007	0,013	0,020
m=2	16,685***	18,756***	19,120***	8,547***	8,962***	9,759***
m=3	21,514***	22,435***	21,670***	10,664***	10,932***	11,368***
m=4	26,462***	25,635***	23,246***	13,617***	13,064***	12,807***
Café em moeda local (R\$)				Café em dólar (US\$)		
eps[i]	0,008	0,015	0,023	0,009	0,018	0,027
m=2	7,833***	8,774***	8,650***	6,340***	6,447***	6,453***
m=3	9,923***	10,646***	10,166***	8,467***	8,520***	7,997***
m=4	12,314***	12,323***	11,390***	10,712***	10,012***	9,006***
Açúcar em moeda local (R\$)				Açúcar em dólar (US\$)		
eps[i]	0,004	0,007	0,011	0,006	0,012	0,018
m=2	13,381***	13,756***	14,343***	6,928***	7,248***	7,845***
m=3	16,956***	17,216***	17,573***	8,571***	8,864***	9,235***
m=4	20,777***	20,231***	20,018***	10,075***	10,267***	10,331***
Frango em moeda local (R\$)				Frango em dólar (US\$)		
eps[i]	0,007	0,014	0,021	0,009	0,017	0,026
m=2	3,257***	2,775***	2,077**	7,071***	5,356***	4,577***
m=3	2,112**	1,754	1,525	8,512***	5,765***	4,996***
m=4	1,702	1,514	1,640	9,575***	6,184***	5,369***
Soja em moeda local (R\$)				Soja em dólar (US\$)		
eps[i]	0,006	0,011	0,017	0,007	0,013	0,02
m=2	9,434***	5,289***	3,7765***	5,812***	6,144***	6,067***
m=3	14,087***	6,622***	4,420***	7,528***	6,763***	6,260***
m=4	18,693***	7,820**	4,548***	9,212***	7,378***	6,436***
Milho em moeda local (R\$)				Milho em dólar (US\$)		
eps[i]	0,005	0,01	0,014	0,007	0,013	0,02
m=2	9,548***	10,125***	11,406***	5,595***	5,974***	6,739***
m=3	11,910***	12,339***	13,452***	7,398***	7,639***	8,486***
m=4	13,793***	13,649***	14,355***	8,292***	8,662***	9,426***

Fonte: elaboração própria.

Legenda: variações diárias de preço ; ** significativo a 5%, *** significativo a 1%.

Na Tabela 3, são expostos os resultados das estimativas do maior expoente de Lyapunov (λ_k), o erro padrão, o valor do teste z e o valor p para testar a hipótese nula $H_0: \lambda_k > 0$ para $k = 1, 2, 3, \dots, m$ ($m = \textit{embedding dimension}$). Rejeitar a hipótese nula (H_0) significa falta de comportamento caótico, ou seja, o processo de geração de dados não possui atrator caótico, pois não apresenta a propriedade de sensibilidade às condições iniciais. Ainda de acordo com a Tabela 3, onde se observa que os valores do maior expoente de Lyapunov são todos negativos, o $\lambda_k < 0$, significa que os dados apresentam uma órbita estável e periódica, ou seja, é possível inferir que não há caos nos dados.

Tabela 3 – Teste do maior expoente de Lyapunov aplicado nas variações diárias de preço das *commodities* boi, café, açúcar, frango, soja e milho no período de 03/01/2011 a 10/05/2020

Commodity	Expoente de Lyapunov	Erro padrão	z	p-valor
Boi				
R\$	-0,481	0,018	-252,73	0,000
US\$	-2,425	0,023	-1008,03	0,000
Café				
R\$	-4,528	0,120	-365,16	0,000
US\$	-4,414	0,122	-350,16	0,000

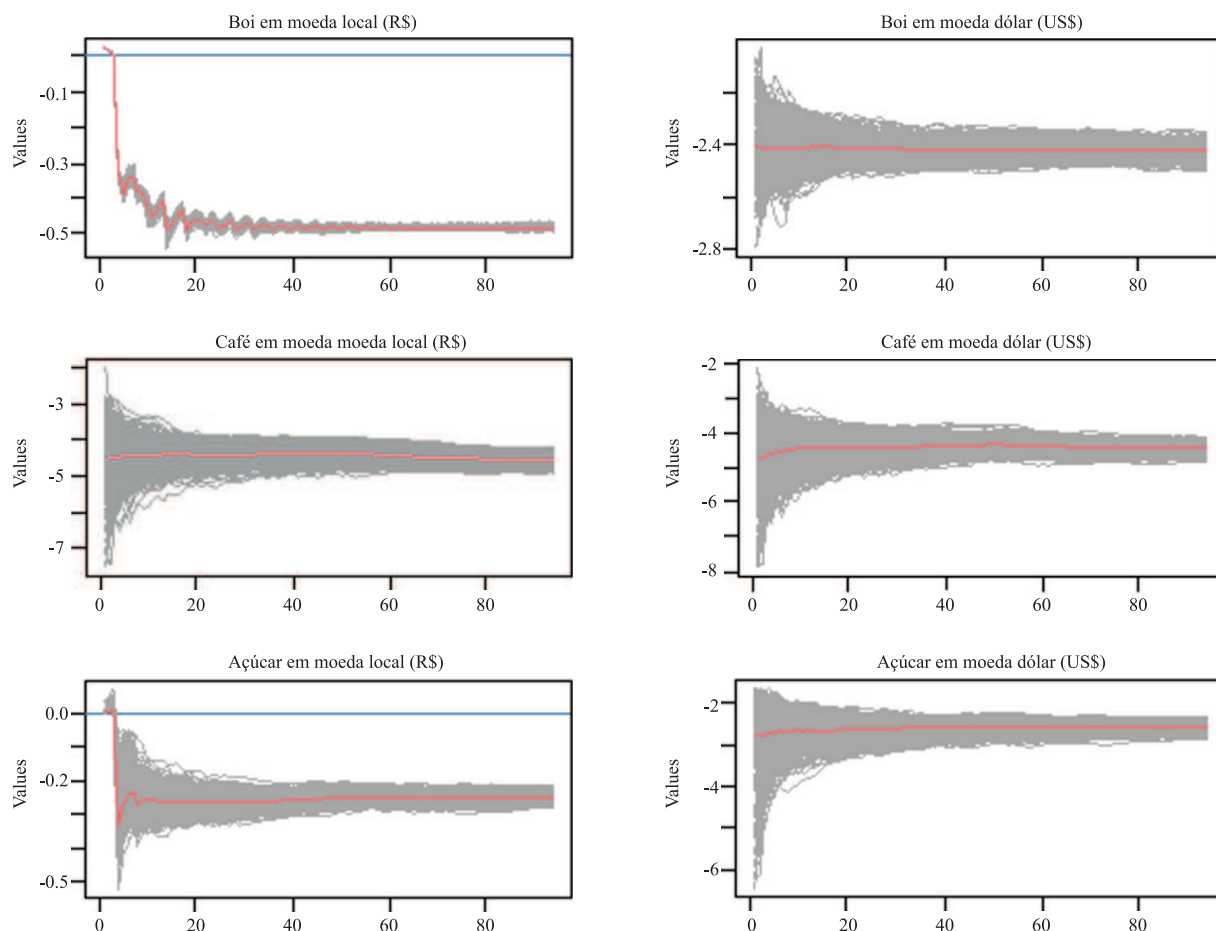
<i>Commodity</i>	Expoente de Lyapunov	Erro padrão	z	p-valor
Açúcar				
R\$	-0,250	0,018	-135,08	0,000
U\$	-2,590	0,093	-270,19	0,000
Frango				
R\$	-1,069	0,007	-1591,66	0,000
U\$	-3,400	0,017	-1972,71	0,000
Soja				
R\$	-2,696	0,003	-8833,36	0,000
U\$	-2,725	0,001	-24759,46	0,000
Milho				
R\$	-0,232	0,007	-301,06	0,000
U\$	-0,861	0,006	-1492,27	0,000

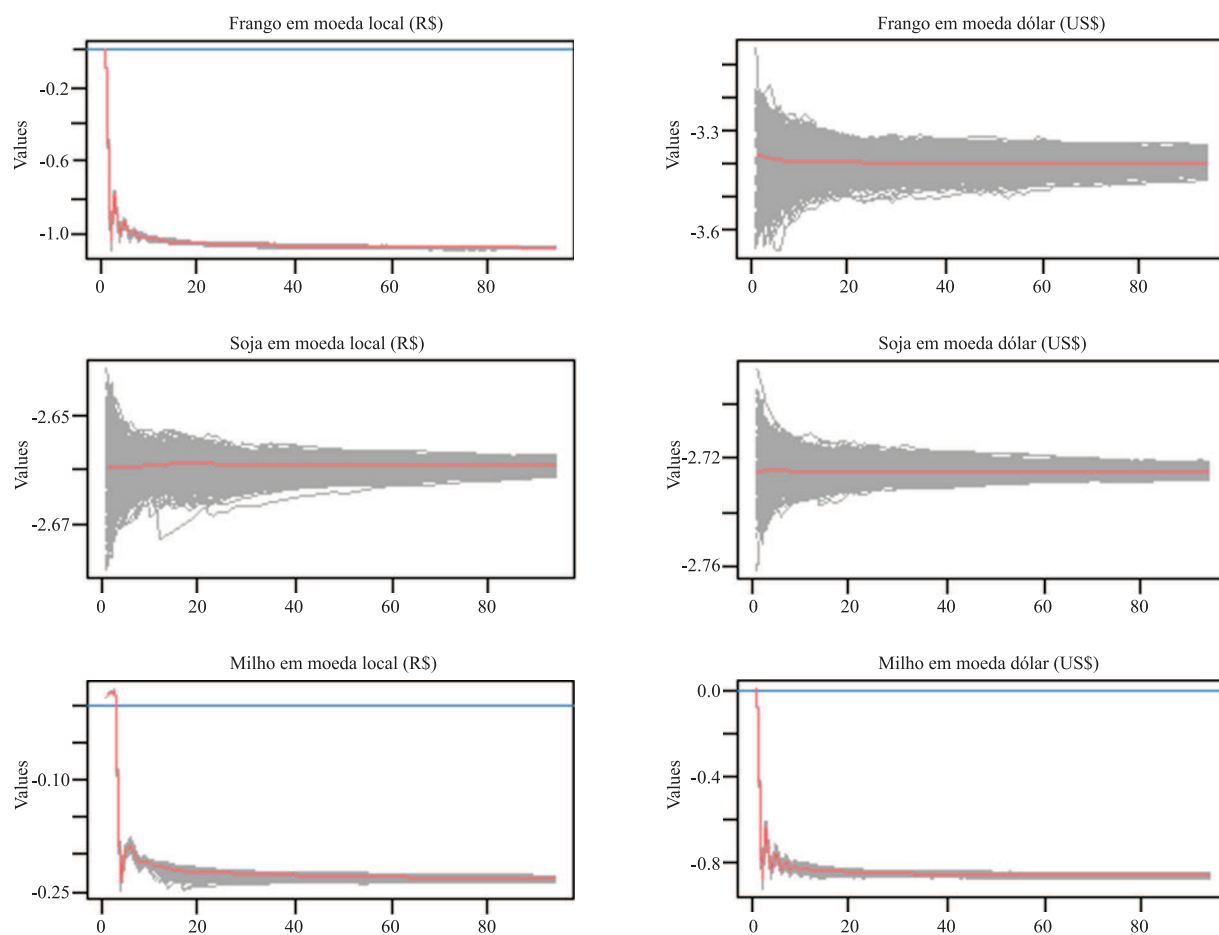
Fonte: elaboração própria.

Legenda: variações diárias de preço

Fica mais claro, se observado como se comporta o espectro do expoente de Lyapunov para o boi, açúcar e milho, que no início apresentam valores acima de zero, mas logo caem e permanecem abaixo de zero. Isso em moeda local (R\$). Em dólar americano, todas as *commodities* apresentaram valor negativo sempre, desde o início, significando que nenhuma delas apresenta dinâmica caótica, como apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Espectro do expoente de Lyapunov aplicado nas variações diárias de preço das *commodities* boi, café, açúcar, frango, soja e milho no período de 03/01/2011 a 10/05/2020





Fonte: elaboração própria.

Após a realização dos cálculos para os dados brutos, ou seja, sem nenhuma filtragem, foram utilizados os modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q) para que pudesse ser repetido o teste BDS, e o maior expoente de Lyapunov aplicado nos resíduos. De acordo com a Tabela 4, tem-se a designação dos dois modelos aplicados a cada *commodity* em real e em dólar americano.

Tabela 4 - Modelo Autorregressivo com heterocedasticidade condicional utilizado para obtenção dos resíduos em cada uma das *commodities* em moeda local e em dólar

<i>Commodity</i>	Real (R\$)	Dólar (US\$)
Boi	ARMA(4,1) EGARCH(2,1) SST	ARMA(4,1) EGARCH(2,1) SST
Café	ARMA(2,1) EGARCH(1,1) SST	ARMA(2,1) EGARCH(2,1) SST
Açúcar	ARMA(4,1) EGARCH(1,1) SST	ARMA(1,1) EGARCH(2,1) SST
Frango	ARMA(3,1) EGARCH(1,1) SST	ARMA(2,1) EGARCH(1,1) SST
Soja	ARMA(1,0) EGARCH(1,1) SST	ARMA(1,0) EGARCH(1,1) SST
Milho	ARMA(5,0) EGARCH(1,1) SST	ARMA(5,0) EGARCH(2,1) SST

Fonte: elaboração própria.

Legenda: SST = distribuição t com assimetria.

Deve-se destacar que se fez necessário aplicar o teste de Ljung-Box para verificar como os resíduos gerados, assim como os resíduos ao quadrado, pela aplicação dos modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q) apresentados na Tabela 4 representam um ruído branco. Esse teste foi aplicado para todas as *commodities*, e os resultados mostraram que a H_0 não foi rejeitada, com uma exceção

apenas, a saber: o frango em real para os *lag* 1; *a* e *b* para o resíduo, mas para o resíduo ao quadrado não foi rejeitado, nem para estas duas medidas em dólar americano, conforme consta na Tabela 5.

Tabela 5 – Teste Ljung-Box aplicado aos resíduos e aos resíduos ao quadrado de modelos ARMA(*p,q*) e EGARCH(*p,q*)

Lag	Commodity em Real (R\$)				Commodity em Dólar (US\$)			
	Boi (Real R\$)		Boi (Dólar US\$)		Boi (Real R\$)		Boi (Dólar US\$)	
	Resíduo		(Resíduo) ²		Resíduo		(Resíduo) ²	
	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor
Lag[1]	0,081	0,777	0,201	0,654	0,029	0,866	1,287	0,257
Lag[a]	6,886	0,848	3,719	0,555	3,382	0,258	2,573	0,491
Lag[b]	15,479	0,132	6,565	0,563	7,357	0,097	3,447	0,684
	Café (Real R\$)				Café (Dólar US\$)			
	Resíduo		(Resíduo) ²		Resíduo		(Resíduo) ²	
	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor
Lag[1]	0,137	0,712	0,007	0,935	0,602	0,438	0,784	0,376
Lag[a]	2,087	1,000	4,782	0,383	4,752	0,327	3,502	0,594
Lag[b]	3,232	0,995	11,625	0,108	6,124	0,729	9,851	0,210
	Açúcar (Real R\$)				Açúcar (Dólar US\$)			
	Resíduo		(Resíduo) ²		Resíduo		(Resíduo) ²	
	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor
Lag[1]	0,041	0,840	0,667	0,414	1,080	0,299	0,022	0,882
Lag[a]	5,663	1,000	2,093	0,597	1,372	0,999	1,395	0,939
Lag[b]	9,829	0,846	3,919	0,603	2,364	0,963	3,809	0,898
	Frango (Real R\$)				Frango (Dólar US\$)			
	Resíduo		(Resíduo) ²		Resíduo		(Resíduo) ²	
	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor
Lag[1]	7,528	0,006	0,001	0,981	0,001	0,979	0,000	0,984
Lag[a]	16,886	0,000	0,081	0,999	2,644	0,697	0,112	0,998
Lag[b]	21,526	0,000	0,139	1,000	4,605	0,546	0,214	1,000
	Soja (Real R\$)				Soja (Dólar US\$)			
	Resíduo		(Resíduo) ²		Resíduo		(Resíduo) ²	
	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor
Lag[1]	0,001	0,971	0,000	0,983	0,538	0,463	0,030	0,862
Lag[a]	0,002	1,000	0,001	1,000	0,675	0,908	0,162	0,995
Lag[b]	0,011	1,000	0,002	1,000	1,149	0,922	0,248	1,000
	Milho (Real R\$)				Milho (Dólar US\$)			
	Resíduo		(Resíduo) ²		Resíduo		(Resíduo) ²	
	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor	Teste	P-valor
Lag[1]	0,156	0,693	0,400	0,527	0,175	0,676	2,068	0,150
Lag[a]	8,120	0,150	4,816	0,168	7,949	0,223	4,815	0,379
Lag[b]	13,752	0,299	7,906	0,135	14,089	0,259	9,214	0,262

Fonte: elaboração própria.

Legenda: [a] = Lag[2*(*p+q*)+(*p+q*)-1]; [b] = Lag[4*(*p+q*)+(*p+q*)-1].

Sendo assim, conforme os resultados apresentados na Tabela 5, os dados das séries foram muito bem explicados pelos modelos ARMA (*p,q*) e EGARCH (*p,q*), utilizados para filtrar a dependência não linear observada pelo teste BDS quando aplicado aos dados brutos para todas as *commodities* analisadas neste estudo, com uma única exceção, no caso do frango em real somente para a aplica-

ção aos resíduos. Vale ressaltar que até para o frango, não se rejeita a H_0 do teste Ljung-Box para os resíduos ao quadrado em real e para os resíduos e resíduos ao quadrado em dólar americano.

Por fim, foi aplicado o teste BDS aos resíduos dos modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q) para verificar se a dependência não linear encontrada nos dados brutos se mantém após a filtragem. Pode-se observar que a H_0 do teste BDS aplicado aos resíduos não foi rejeitada para nenhuma das *commodities*, assim, os modelos aplicados captaram a dependência não linear detectada inicialmente. Portanto, não podemos falar em dinâmica caótica para essas séries temporais, uma vez que a propriedade inicial de não linearidade não é satisfeita, conforme exposto na Tabela 6.

Tabela 6 – Teste BDS aplicado aos resíduos de modelos ARMA(p,q) e EGARCH(p,q)

		Commodity em Real (R\$)			Commodity Dólar (US\$)		
		Boi (Real)			Boi (Dólar)		
Eps.	0,496	0,991	1,487	0,504	1,009	1,513	
	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	
m=2	0,168	0,314	0,688	0,795	1,303	1,585	
m=3	0,801	1,105	1,556	0,597	1,073	1,123	
m=4	1,178	1,646	1,987	*	0,993	1,519	
		Café (Real)			Café (Dólar)		
Eps.	0,493	0,986	1,479	0,499	0,997	1,496	
	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	
m=2	1,699	1,955	2,041	*	-0,022	-0,007	
m=3	1,650	1,896	1,789	0,532	0,656	0,471	
m=4	1,460	1,742	1,369	0,972	0,713	0,307	
		Açúcar (Real)			Açúcar (Dólar)		
Eps.	0,501	1,002	1,503	0,503	1,007	1,51	
	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	
m=2	0,218	0,185	0,352	-0,118	0,102	0,223	
m=3	0,176	-0,025	0,141	0,465	0,629	0,734	
m=4	0,883	0,827	0,957	1,111	0,910	1,045	
		Frango (Real)			Frango (Dólar)		
Eps.	0,177	0,354	0,53	0,516	1,032	1,548	
	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	
m=2	1,533	0,834	0,787	2,126	*	0,811	
m=3	-0,384	-0,977	-0,504	1,885	0,024	-0,139	
m=4	-1,241	-1,688	-0,893	2,198	*	-0,255	
		Soja (Real)			Soja (Dólar)		
Eps.	0,790	1,579	2,369	0,56	1,121	1,681	
	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	
m=2	0,393	-0,192	-0,192	2,328	*	2,456	
m=3	0,478	-0,264	-0,251	2,801	**	2,147	
m=4	0,334	-0,319	-0,297	3,224	**	2,020	
		Milho (Real)			Milho (Dólar)		
Eps.	0,499	0,998	1,497	0,499	0,998	1,497	
	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	BDS	
m=2	-0,478	-0,525	-0,044	-0,478	-0,525	-0,044	
m=3	-0,718	-1,011	-0,541	-0,718	-1,011	-0,541	
m=4	-0,844	-0,999	-0,577	-0,844	-0,999	-0,577	

Fonte: elaboração própria.

Legenda: (a) quando aplicado aos resíduos ao quadrado o teste BDS não rejeitou a H_0 em nenhuma das *commodities*.

(b) significância. * = 5%; ** = 1%.

Sendo assim, não são necessários os cálculos do maior expoente de Lyapunov por dois motivos: primeiro, porque quando foi aplicado para os dados brutos, todas as estimativas foram negativas, indicando que não há caos nas séries temporais de dados; e, segundo, porque o teste BDS aplicado aos resíduos já mostrou que a dependência não linear dos dados brutos foi explicada pelos modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q) . Portanto, por uma questão de lógica, não foi calculado o maior expoente de Lyapunov.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo teve por objetivo analisar o comportamento das *commodities*, mais especificamente, boi, café, açúcar, frango, soja, milho, quanto à presença de caos, através da aplicação do teste BDS para verificar a dependência não linear dos dados e o maior expoente de Lyapunov para verificar quanto à sensibilidade à condição inicial.

Após realizar os cálculos utilizando o *software* R com o logaritmo dos retornos diários dos preços das *commodities*, a estatística básica apresentou curtose alta. Assim, os dados apresentaram uma distribuição de cauda gorda. Vale destacar que os dados brutos apresentaram uma grande variabilidade, desvio-padrão acima de 1,000 e média negativa em dólar americano, o que significa que a maioria dos valores estão concentrados à esquerda da média.

Quanto ao teste BDS com os dados brutos foi rejeitada a hipótese nula de dependência linear dos dados, o que pode ser explicado pela grande variabilidade dos dados e pelo excesso de curtose. Por isso, temos dependência não linear. Por outro lado, após a filtragem dos dados pelos modelos ARMA (p,q) e EGARCH (p,q) , a hipótese nula não foi rejeitada para todas as *commodities*, assim, esses dois modelos captaram a dependência não linear apresentada pelos dados brutos.

Já em relação ao teste do maior expoente de Lyapunov, quando foi aplicado aos dados brutos, observamos que apresentou estimativas negativas para todas as *commodities*, tanto em real quanto em dólar americano. Dessa forma, pode-se inferir que os dados apresentaram uma órbita estável e periódica, que significa que estão dispostos de acordo com um passeio aleatório. Após a filtragem dos dados, nem foram estimados os valores, visto que não fazia sentido, porque não havia dependência não linear nas séries de resíduos observada pela aplicação do teste BDS.

Portanto, após a análise dos resultados, pode-se concluir que não há presença de comportamento caótico das séries temporais analisadas no presente artigo. Ademais, como implicação prática e contribuição do presente trabalho, tem-se que os modelos ARMA e EGARCH, especificados na Tabela 4, são adequados para modelar as séries abrangidas neste estudo, e que pesquisadores, analistas e formuladores de políticas públicas podem lançar mão deles para realizar previsões e subsidiar o processo de tomada de decisão.

Como limitação do nosso trabalho, podemos apontar que poderia aprofundar mais a investigação para um número maior de observações e para outras *commodities*, bem como a aplicação de outros modelos para testar qual a modelagem mais adequada para as séries temporais abordadas neste estudo.

REFERÊNCIAS

BOTELHO, J. P. O que é Commodity? **Mercados Agrícolas**, 2021. Disponível em: <https://www.mercadosagricolas.com.br/inteligencia/o-que-sao-commodities/>. Acesso em: 26 jun. 2021.

BROCK, W. A.; DECHERT, W. D.; SCHEINKMAN, J. A. Test for Independence Based on the Correlation Dimension. **Department of Economics, University of Wisconsin, SSRI Working Paper**. 8702, 1987.

- CHATRATH, A.; ADRANGI, B.; DHANDA, K. K. Are commodity prices chaotic? **Agricultural Economics**. v. 27, n. 2, p. 123-137, 2002.
- COTO-MILLAN, P.; IGLADA-PÉREZ, L. Testing for nonlinearity and chaos in liquid bulk shipping. **Transportation Research Procedia**. v. 48, p. 1605-1614, 2020.
- EMMANOUILIDES, C. J.; FOUSEKIS, P. Testing for the LOP under nonlinearity: an application to four major EU pork markets. **Agricultural Economics**. v. 43, p. 715-723, 2012.
- GARCIA, A. P. **As exportações brasileiras entre 1998 e 2018: Uma análise sobre a reprimarização**. 2019. 37 f. Monografia (Bacharel em Ciências Econômicas) - Instituto de Economia e Relações Internacionais da Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.
- GILMORE, C. G. Detecting linear and nonlinear dependence in stock returns: new methods derived from chaos theory. **Journal of Business Finance & Accounting**. v. 23, n. 9 e 10, 1996.
- GILMORE, C. G. An examination of nonlinear dependence in exchange rates, using recent methods from chaos theory. **Global Finance Journal**. v. 12, n. 1, p. 139-151, 2001.
- GUNAY, S. Chaotic Structure of the BRIC Countries and Turkey's Stock Market. **International Journal of Economics and Financial Issues**. v. 5, n. 2, p. 515-522, 2015.
- GUNAY, S.; KAŞKALOĞLU, K. Seeking a Chaotic Order in the Cryptocurrency Market. **Mathematical and Computational Applications**. v. 24, n. 2 (36), 2019.
- GUTIERREZ, A. N.; CARRANZA, A. R.; CARRASCO, A. G. Detecting Nonlinear Dynamics Using BDS Test and Surrogate Data in Financial Time Series. **Journal of mathematics and System Science**. v. 9, p. 46-53, 2019.
- HSIEH, D. A. Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets. **The Journal of Finance**. v. 46, n. 5, p. 1839-1877, 1991.
- KIANEK, A. Agronegócio atinge o recorde de 55,8% do total exportado pelo Brasil. **Revista Veja**. Edição nº 2687, 2020. Disponível em: <https://veja.abril.com.br/economia/agronegocio-atinge-o-recorde-de-558-do-total-exportado-pelo-brasil/>. Acesso em: 15 nov. 2020.
- KUMAR, A. S.; KAMAIAH, B. On Chaotic Nature of the Emerging European Forex Markets. **The Romeno Economic Journal**. XVII, n. 53, 2014.
- MAMMALI, S. Analysis of chaos and nonlinearities in a foreign exchange Market. **Procedia Computer Science**. v. 120, p. 901-907, 2017.
- MANDELBROT, B. Variation of Certain Speculative Prices. **Journal of Business**. v. 36, n. 4, p. 394-419, 1963.
- MATILLA-GARCIA, M.; SANZ, P.; VASQUEZ, F. J. The BDS test and delay time. **Applied Economics Letters**. v. 12, n. 2, p. 109-113, 2005.
- MORETTIN, P. A. **Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2016.
- NELSON, D. B. Conditional heteroscedasticity in asset returns. **Econometrica**. v. 59, n. 2, p. 347-370, 1991.
- RAMASAMY, R.; HELMI, M. H. M. Chaotic Behavior of Financial Time Series-An Empirical Assessment. **International Journal of Business and Social Science**. v. 2, n. 3, 2011.

RAMIREZ, S. C.; ARELLANO, P. L. C.; ROJAS, O. Adaptive Market efficiency of agricultural commodity futures contracts. **Contaduría y Administración**. v. 60, n. 2, p. 389-401, 2015.

SONI, T. Nonlinearity in the Indian commodity markets: evidence from a battery of tests. **International Journal Financial Engineering and Risk Management**. v. 1, n. 1, 2013.

SU, X.; WANG, Y.; DUAN, S.; MA, J. Detecting Chaos from Agricultural Product Price Time Series. **Entropy**. v. 16, n. 12, 2014.

TIWARI, A. K.; GUPTA, R. Chaos in G7 stock markets using over one century of data: A note. **Research in International Business and Finance**. v. 47, p. 304-310, 2019.

WILLIAMS, G. P. **Chaos Theory Tamed**. Washington, D. C.: Taylor & Francis Ltd., 1997.

WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. A. Determining Lyapunov exponents from time series. **Physica D**. v.16, p.285–317, 1985.