EFICIÊNCIA ECONÔMICA E TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR E QUADRÁTICA NA FORMULAÇÃO DE RAÇÃO ANIMAL

Ronaldo de Albuquerque e Arraes
Professor do Curso de Pós-graduação em Economia (CAEN-CE), da Universidade Federal do Ceará (UFC)

Resumo: *Atingir eficiência econômica em produção animal é o ponto central deste artigo. Para tanto, algumas questões teóricas do ponto-de-vista microeconômico são enfocadas a respeito da maximização de lucro versus minimização de custo. Sendo esse o objetivo primordial da firma, duas abordagens metodológicas são confrontadas - programação linear e programação quadrática - com o intuito de verificar em bases teóricas e empíricas qual atingiria eficiência econômica. Dados de frango de corte são utilizados na verificação empírica, de onde comprova-se a superioridade de programação quadrática na formulação e custo de ração e peso do animal, ou seja, na eficiência econômica.*

Palavras-chave: Produção Animal; Programação Linear; Programação Quadrática; Eficiência Econômica; Maximização do Lucro.

1 INTRODUÇÃO

É consistente afirmar-se que uma indústria busca a maximização de lucro, quer seja no curto ou no longo prazo. Do ponto de vista teórico, esse objetivo leva em consideração, principalmente, a forma organizacional de mercados não competitivos e os vários tipos de barreiras que a indústria queira impor para atingir seu intento de maximização, o qual pode ser abordado tanto do lado da demanda, quanto do da oferta. No primeiro caso, poder-se-ia exigir, primordialmente, o conhecimento prévio da demanda para se estabelecer uma política de preço e quantidade produzida no curto prazo, via maximização de lucro, tal como especificado pela teoria marginalista tradicional, ou adotar-se uma política de preços de *mark up* com base no custo médio mínimo. Sobre o lado da oferta, a firma leva em conta uma demanda potencial, derivada da experiência de vendas no mercado, tendo os custos como suporte primário para atingir seu intento de otimização ou maximização do lucro via uma política de preço. Essa política seria operacionalizada de duas formas básicas e gerais. Primeiro, a indústria decidiria no presente uma política de longo prazo, procurando estabelecer preço, de sorte a manter o mercado fechado e estável para o futuro. No segundo caso, haveria uma decisão intencional de maximizar lucro no curto prazo, e correr o risco, no longo prazo, de uma possível expansão do mercado, o que perturbaria o objetivo preestabelecido. Qualquer que fosse o objetivo da indústria, sempre haveria a necessidade de melhoramentos em eficiência técnica e/ou econômica na produção, estabilizando a atividade econômica do setor, e trazendo o benefício social de redução de preços.

Tendo-se essa concepção teórica introdutória, este artigo procura examinar a indústria de animais para abate sob o ângulo da oferta em nível de firma, centrando-se, principalmente, na questão da eficiência em produção, a qual aponta para possíveis alternativas de melhoramentos, especialmente no que concerne à formulação de ração, onde esta responde pelo peso maior dos custo de produção (HENSON, 1980; BROWN, ASCOTT, 1960)[10,3].

Considerando o mercado com preços estáveis, minimizar custo é uma alternativa teórico-prática que pode levar à maximização do lucro. No caso específico da criação de animais para abate, a minimização do custo da ração para um dado peso do animal, mantendo-se os requerimentos nutricionais mínimos para um nível desejado de crescimento e engorda, é um problema básico em nutrição animal, para se atingir eficiência econômica. Uma vez que há uma grande variedade de alimentos que podem ser usados para ração, fornecendo os principais nutrientes necessários, a escolha apropriada de tais alimentos torna-se essencial para se atingir eficiência. A escolha dos componentes da ração tem como premissa básica o seguinte: riqueza de nutrientes, preços e disponibilidade. Como preço é um forte determinante de escolha e composição da ração, alterações nos preços relativos dos alimentos básicos afetam diretamente o objetivo de se produzir de forma economicamente eficiente.

A hipótese central deste trabalho é que a indústria não produz tão eficientemente quanto poderia, ou em termos mais específicos:

a) os níveis de nutrientes na ração final seriam inadequados para gerar custo mais baixo;

b) o custo por animal seria mais alto do que o apresentado por uma metologia alternativa;

c) o peso do animal é mais baixo para um determinado nível de custo;

d) a eficiência técnica estaria aquém do desejável. Essa hipótese central tem por base os estudos de ALLISON, BAIRD (1974)[1], CHAO (1975)[4] e outros, que, usando diferentes abordagens metodológicas, encontraram fórmulas de ração com custos médios mais baixos do que as utilizadas em diferentes indústrias específicas. Dado que a aplicação de técnicas diferenciadas diverge nos resultados, conclui-se que não há uma formulação única de ração que leve ao custo médio mínimo ou lucro máximo absoluto sem contestação, mesmo porque variáveis são negligenciadas ou não incorporadas nesses resultados. Como exemplo, além de outros custos não serem inseridos na análise, a variável qualidade do produto final não é levada em conta, especialmente em virtude da relevância da característica alimentar intrínsica do bem aqui tratado.

A técnica de programação linear, amplamente usada pela indústria, procura determinar o custo mínimo da ração para um dado conjunto de especificações nutricionais. É pelo menos incerto que as especificações daí resultantes levem ao custo médio mínimo. A escolha e o uso adequado da técnica que relaciona níveis de nutrientes básicos com produção é fundamental para a dedução da ração; caso contrário, a formulação não é ótima.

2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

É inconteste que a técnica de programação linear obtém resultados aceitáveis na determinação de ração de baixo; custo, porém, ela falha por não considerar a *performance* de crescimento do animal - quando de sua programação - para atingir a otimização. Além do mais, as especificações de valores limites das restrições a partir de tabelas de requerimentos nutricionais parecem inadequadas, como assinalado por DENT (1964)[5], BROWN, ARSCOTT (1960)[3]. Estes, por seu turno, estabelecem que a análise marginalista da teoria da produção indica ser melhor abordagem metodológica do que a programação linear. Entretanto, a maneira como a análise marginalista tem sido aplicada a animais de criação parece ser um tanto imprópria, principalmente em virtude da pré-especificação dos alimentos selecionados a compor a ração, como é o exemplo de um dos trabalhos pioneiros na área, HEADY, DILLON (1961)[9], e seguido por outros, onde apenas milho e soja compunham a ração. Outro estudo na área (PINHEIRO, FROTA, FRANG 1983)[13] dá o mesmo tipo de enfoque em uma aplicação para produção de suínos. Usando dados experimentais, tal como será feito neste trabalho, os autores ajustam uma função quadrática do tipo parabólica, e concluem, contestando a prática usual, que o peso ótimo para abate depende da razão entre os preços do produto e do insumo, sendo este apenas milho. Acredita-se, portanto, que esse procedimento seja inadequado, por restringir em demasia as possíveis alternativas de alimentos e as condições econômicas aí envolvidas.

Como uma técnica alternativa de formulação de ração, a programação quadrática aplicada à teoria marginalista da produção pode levar a um melhor ponto de eficiência econômica do que a programação linear. Daí, afirmar-se, como decorrência da hipótese central deste artigo, que um modelo de programação quadrática que embute a sensibilidade da produção animal aos nutrientes básicos pode substituir programação linear como análise econômica padrão. Ademais, realce-se que não há sofisticação ou complicação matemática do primeiro modelo sobre o segundo, haja vista que ambos são técnicas numéricas do multiplicador lagrangeano aplicadas às condições de otimização de Kuhn-Tucker, diferenciando-se apenas pela função objetivo a ser otimizada: uma é quadrática e a outra é linear.

Dentro da análise marginalista aqui adotada, a função de produção a ser maximizada poderia assumir uma específica dentre as inúmeras formas matemáticas encontradas na literatura. Após exame da base teórica e dos resultados testados para outras funções, decidiu-se por aquela que tem sido usada por vários autores em diversas áreas da economia agrícola, a qual consiste em uma função quadrática relacionando os dois principais insumos básicos do crescimento do produto, cuja formulação matemática é expressa por:

$$Q = \alpha_0 + \alpha_1 P + \alpha_2 E + \alpha_3 P^2 + \alpha_4 E^2 + \alpha_5 PE \qquad (1)$$

onde:

Q = quantidade de produto (peso do animal);

P e E = insumos nutricionais, definidos por ingestão de proteina e energia metabolizada (caloria), respectivamente.

Os termos lineares e quadráticos nesta equação respondem pela produtividade marginal decrescente de cada insumo, que corresponde ao estágio ótimo de produção, e o termo interativo incorpora o efeito do produto marginal de um insumo sobre o outro*.

As condições suficientes para maximização exigem que a função acima seja quase-côncava e, para tanto, devem-se verificar os seguintes sinais e magnitudes nos coeficientes: a) $\alpha_3 < 0$; b) $\alpha_4 < 0$; c) $|\alpha_5| < 2(\alpha_3\,\alpha_4)^{1/2}$. Nenhuma expectativa pode se ter acerca do sinal de "α_5", a menos que informações *a priori* sejam fornecidas** ou comprovação empírica seja conduzida. Já os sinais positivos para "α_1" e "α_2" são condições requeridas para a positividade dos produtos marginais dos insumos, enquanto que os sinais negativos para "α_3" e "α_4" refletem o efeito marginal decrescente***.

Como ditado pela teoria marginalista, eficiência econômica em produção ocorre quando a taxa marginal de substituição técnica - "tmst = $(\delta Q/\delta P)/(\delta Q/\delta E)$" - iguala-se à razão de preços dos insumos, ou seja, as inclinações da isoquanta e da isocusto são iguais. É importante realçar que nas isoquantas derivadas a partir da equação (1), dado seu formato elipsoidal, apenas os *locus* de pontos de racionalidade econômica são relevantes para garantir a maximização da produção. Ou seja, apenas a parte convexa à origem da isoquanta deve ser considerada. E, neste tocante, o coeficiente "α_5" desempenha um papel muito importante. Senão, veja-se a análise para uma determinada isoquanta no espaço bidimensional "E-P", conforme equação abaixo:

---

* Justifica-se este efeito pelo fato de o produto marginal de um dos insumos depender do nível em que se encontra o outro insumo.

** Estudos na área indicam "a_5" positivo, quando aplicados a nutrição animal.

*** Adiante-se, todavia, que as estimativas da equação (1) satisfizeram as condições para estrita concavidade da função, conforme demonstram os resultados da equação (13).

$$dQ_0 = \alpha_1 dP + \alpha_2 dE + 2\alpha_3 PdP + 2\alpha_4 EdE + \alpha_5 PdE + \alpha_5 EdP = 0 \qquad (2)$$

A partir da equação (2), deriva-se a inclinação da isoquanta, a qual é dada por:

$$\frac{dE}{dP} = \frac{-(\alpha_1 + 2\alpha_3 P + \alpha_5 E)}{(\alpha_2 + 2\alpha_4 E + \alpha_5 P)} \qquad (3)$$

A porção convexa da isoquanta ou *locus* de pontos que delimitam a região econômica de substituição entre os insumos é extraída de imediato da equação (3), fornecendo as seguintes equações:

$$E = \frac{-(\alpha_1 + 2\alpha_3 P)}{\alpha_5} \qquad (4)$$

$$E = \frac{-(\alpha_2 + \alpha_5 P)}{2\alpha_4} \qquad (5)$$

Como se vê, as inclinações das retas dadas pelas equações (4) e (5) dependem do sinal de "α_5", e indicam que, se negativo, o arco que delimita a isoquanta será maior do que se for positivo.

Então, eficiência econômica é dada pela seguinte equação:

$$tmst = \frac{\alpha_1 + 2\alpha_3 P + \alpha_5 E}{\alpha_2 + \alpha_5 P + 2\alpha_4 E} = \frac{w_p}{w_e} \qquad (6)$$

onde:
w_p e w_e = preços dos insumos nutricionais "P" e "E", respectivamente.

O caminho de expansão da produção, que define todos os pontos de eficiência econômica, é derivado da equação (6) e expresso por:

$$P = \frac{\alpha_2 w_p - \alpha_1 w_e}{2\alpha_3 w_e - \alpha_5 w_p} + \frac{2\alpha_3 w_e - \alpha_5 w_e}{2\alpha_4 w_p - \alpha_5 w_p}.E = k_1 + k_2 E \qquad (7)$$

Desde que "α_3" e "α_4" são parâmetros negativos, como demonstrado acima, e como "α_5" deve ser positivo, de acordo com outros trabalhos e a estimativa obtida neste (ver resultados), conclui-se que o caminho de expansão da função de produção quadrática é descrito por uma reta positivamente inclinada ($k_2 > 0$)*. Isso mostra que há uma certa proporcionalidade entre os insumos proteína e energia na medida em que o animal ganha peso (isoquantas mais distantes da origem)**. Esse é um ponto importante do modelo, pois denota a flexibilização do uso dos insumos, ao passo que a técnica de programação linear tende a assumir proporções fixas dos insumos para uma dada formulação de ração. Ademais, tal formulação não permite que a proporção dos insumos seja uma função dos preços dos alimentos que compõem a ração ou o peso do animal para abate; este último denota o ponto crucial de divergência entre os dois modelos.

Encontrar os preços de mercado para proteína e energia, necessários para a conclusão de otimização e, obviamente, eficiência, é uma tarefa difícil, se não impossível. Para tanto, o modelo necessita ser convenientemente transformado, para que se possa, então, inferir sobre os preços dos insumos. Assim, a função quadrática (equação 1) é reescrita de tal sorte a depender de todos os possíveis alimentos disponíveis que forneçam proteína e/ou energia, tal como será demonstrado a seguir. Inicialmente, entretanto, a equação (1) será expressa, por conveniência, em notação matricial***:

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 & 1/2\alpha_5 \\ 1/2\alpha_5 & \alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ E \end{bmatrix} \qquad (8)$$

* Sua passagem pela origem dependeria do numerador do termo em "k_1," que pode ser zero apenas por acaso.

** Essa proporcionalidade é dependente do animal em questão e de seus requerimentos nutricionais.

*** O intercepto "a_0" é omitido apenas para simplificar a análise, porém sem qualquer prejuízo na sua formulação.

A transformação necessária do espaço nutricional (P,E) para o espaço de alimentos (denotado pelo vetor "X" na equação (9) abaixo) é feita através dos coeficientes técnicos preestabelecidos de proteina e energia em cada alimento. Portanto, os nutrientes básicos (insumos de produção) podem ser postos em termos dos ingredientes alimentares (X) pela equação:

$$\begin{bmatrix} P \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M'_p \\ M'_e \end{bmatrix} . X \tag{9}$$

onde:

M'_p e M'_e = vetores-linha dos coeficientes de proteína e energia, respectivamente, em cada alimento contido no vetor coluna "X".

A desejada transformação é, então, obtida substituindo-se a equação (9) na equação (8), gerando a seguinte equação :

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M'_p \\ M'_e \end{bmatrix} X + X' \begin{bmatrix} M_p & M_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 & 1/2\alpha_5 \\ 1/2\alpha_5 & \alpha_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M'_p \\ M'_e \end{bmatrix} X \tag{10}$$

A função de produção é, por conseguinte, expressa como uma relação transformada dos ingredientes alimentares, os quais passam a ser os insumos de produção. E, desde que os preços destes insumos são agora bem definidos, a análise de otimização da equação (10) levará ao ponto de eficiência econômica, o qual será obtido usando-se programação quadrática via técnica lagrangeana, em que se maximiza o produto "Q", dado pela equação (10), sujeito a uma restrição de custo, isto é:

$$\text{max. Q sujeito a } \overline{C} = W'\,X \tag{11}$$

onde:
$\underline{W}'$ = vetor de preços dos ingredientes contidos no vetor X;
$\overline{C}$ = um nível prefixado de custo.

A formulação da programação quadrática em (11) dá como resposta o maior $pes\underline{o}$ do animal quando a dotação orçamentária para aquisição dos insumos é "$\overline{C}$"; pelo teorema da dualidade, a formulação inversa de minimizar o custo "C" sujeito a restrição de um determinado nível de produto "$\overline{Q}$" leva a idêntico resultado (FERGUSON, 1975)[7].

Por outro lado, uma formulação de ração genérica pelo método de programação linear centra-se na minimização do custo condicionado a um conjunto convexo de restrições de requerimentos nutricionais, tal como:

$$min. \quad C = W'X \quad sujeito\ a \quad MX \leq m \tag{12}$$

onde:
M = matriz dos coeficientes técnicos nutricionais correspondente a cada alimento da matriz "X";
m = vetor restritivo de cada nutriente.

O problema de otimização com programação quadrática, formulado na equação (11), não se modifica substancialmente quando restrições nutricionais são adicionadas a partir do modelo básico de programação linear, tornando-se esta um caso particular daquela, no que concerne às restrições. Neste caso, desde que a função objetivo é estritamente côncava (como demonstrado pelos resultados adiante), e as restrições são definidas por um conjunto convexo - aquelas da programação linear - as condições de Kuhn-Tucker têm uma solução única no máximo global* (INTRILIGATOR, 1971, cap. 4)[11].

Comparando-se, então, as duas formulações - equações (11) e (12) -, extrai-se que qualquer que seja o resultado advindo da otimização em (12), referente a um determinado valor de "C", corresponde a apenas um ponto particular da eficiência econômica no caminho de expansão da equação (11). Conseqüentemente, as restrições explicitadas na técnica de programação linear estariam automaticamente implícitas na otimização de programação

* A garantia do máximo global é decorrência do teorema onde afirma que se a função objetivo é côncava e o conjunto de restrições é convexo, então o máximo local equivale ao máximo global (ver, por exemplo, SILBERG, 1978, cap. 12)[15].

quadrática. Portanto, qualquer resultado de custo mínimo decorrente do emprego de um modelo de programação linear pode formar o conjunto de restrições para se examinar a função objetivo quadrática, a qual mede a *performance* de crescimento em resposta aos nutrientes básicos, proteína e energia, quando transformados ao vetor de ingredientes alimentares. Os níveis ótimos desses nutrientes e a ração daí associada serão funções do custo dos alimentos que se queira estipular, ou do nível do produto (peso do animal) preestabelcido; como uma decorrência do custo, há uma dependência direta dos preços dos insumos alimentares. Uma mudança nos níveis ótimos dos insumos ocorrerá sempre que houver uma alteração nos preços dos insumos, como resultado de um deslocamento da isocusto; conseqüentemente, do nível do produto.

3 RESULTADOS

Das considerações teórico-metodológicas discutidas, depreende-se que o ponto central de comparação dos métodos é a inferência estatística sobre a função de produção quadrática, a qual responde aos insumos proteína e energia, e ao tipo de animal que servirá de base para verificação empírica. A escolha primária recaiu sobre frango de corte devido à disponibilidade de dados (cedido pelo departamento de Zootecnia da Universidade da Geórgia-E.U.A.)*, e à sua adequação às estimações para delinear o ponto de eficiência econômica, bem como à disponibilidade dos resultados existentes sobre a ração utilizada em um determinado mercado americano do produto, provenientes do método de programação linear. Portanto, haverá compatibilidade nas comparações.

Os dados finais para o teste estatístico originaram-se de um experimento científico em que utilizaram-se pintos machos Central Soya (Peterson e Hubbard) com um dia de nascidos, distribuídos em cinqüenta galinheiros, contendo quarenta e dois em cada, alimentados *ad libitum* com diferentes dietas compostas de cinco níveis de proteína (%) (17,5; 18,63; 19,57; 20,88; 22,00) e cinco níveis de energia metabolizada (Kcal/lb) (1.315; 1.372; 1.429; 1.486; 1.542). O GRÁFICO 1 abaixo ilustra e provê uma visualização detalhada das combinações de dietas utilizadas, permitindo um *trade off* amplo entre os dois nutrientes; ao mesmo tempo, faz com que a estimativa da função de produção daí decorrente tenha maior consistência na comparação com a formulação de ração que use uma combinação diferenciada de nutrientes em relação à que aqui é formulada. O desenho do experimento comtemplou cinco

---

* O autor agradece ao Prof. Dr. Gene Pesti pelo fornecimento e descrição dos dados, os quais são aqui repassados na íntegra.

réplicas para cada ração, e observações sobre peso médio dos frangos e consumo médio da ração por galinheiro. A fim de detectar a ingestão de proteína e energia, os dados foram computados, a cada meia semana, entre a quarta e a oitava semana do experimento, período crucial de crescimento da ave.

O processo de estimação da função quadrática deu-se em duas etapas. Na primeira, examinaram-se algumas possíveis perturbações econométricas que pudessem afetar a qualidade das estimativas do modelo. Trabalhos aplicadosna área indicam que, geralmente, autocorrelação estaria presente em experimentos desta natureza, por tratar-se de dados em série temporal (DILLON, 1968)[6]. Entretanto, pelo desenho dos dados dever-se-ia suspeitar também da presença de heterocedasticidade, uma vez que o desenho amostral trata com dados heterogêneos de corte transversal. Então, optou-se por uma verificação com testes estatísticos (estimador do tipo pré-teste) para a possível aplicação do estimador generalizado de Aitken. Conduzidos os testes estatísticos, apenas autocorrelação não pode ser rejeitada. Escolheu-se, então, um processo de primeira ordem para a correção do modelo, gerando, pelos mínimos quadrados, as seguintes estimativas da função quadrática:

$$
\begin{aligned}
Q = 0{,}041988 + \underset{(0{,}189)}{1{,}457695\, P} + \underset{(0{,}011)}{0{,}109539\, E} - \underset{(0{,}672)}{1{,}758822\, P^2} - \underset{(0{,}002)}{0{,}007404\, E^2} + \\
+ \underset{(0{,}084)}{0{,}163387\, P} \qquad R^2 = 0{,}98 \qquad (13)
\end{aligned}
$$

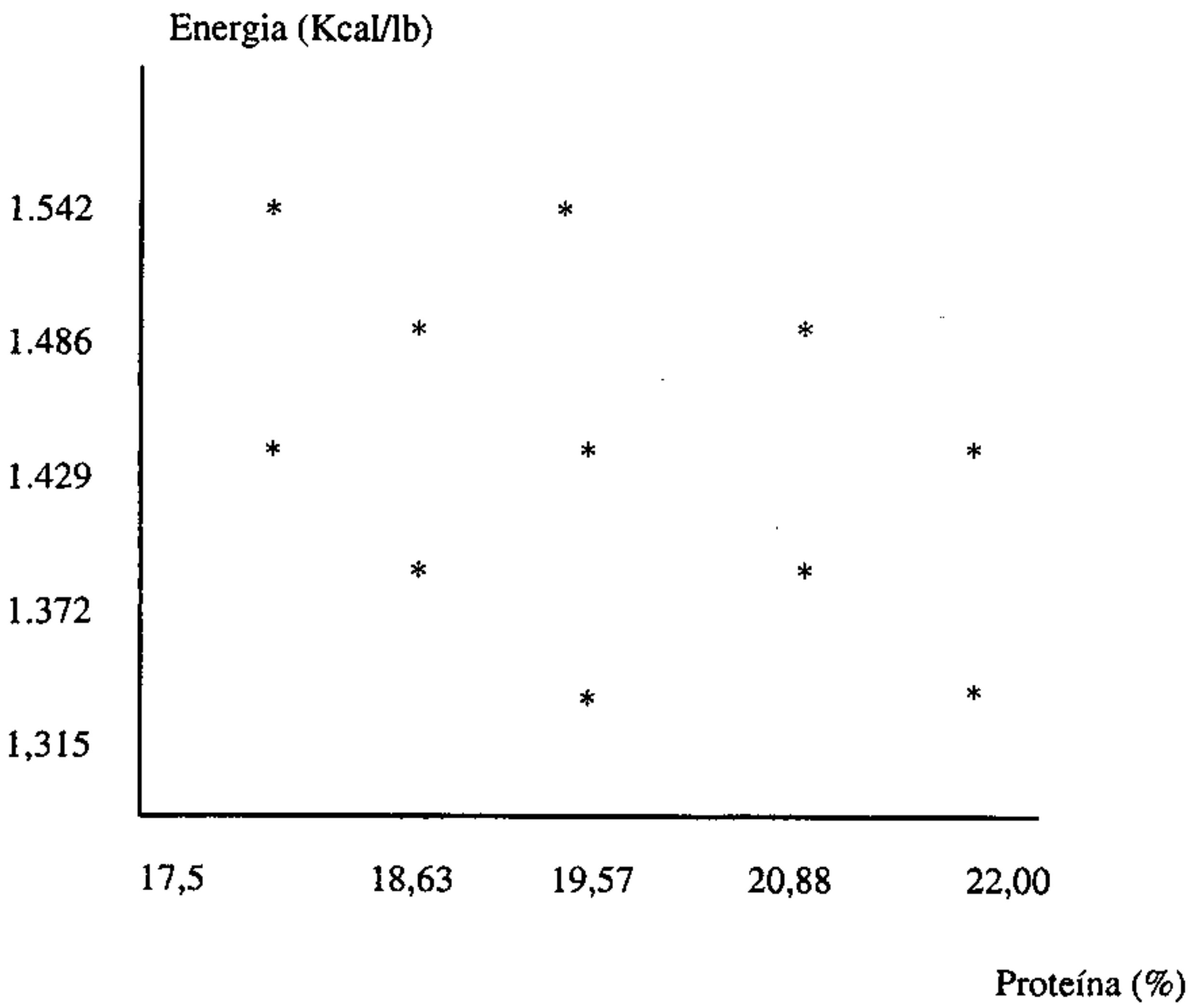
Os valores entre parênteses referem-se aos desvios padrões.

As estimativas apresentadas na equação (13) asseguram a concavidade da função de produção, de acordo com os sinais e magnitudes dos coeficientes, especialmente em vista do coeficiente "a_5" (ver equação (1)) ser positivo e ter satisfeito a condição "$a_5 < 2(a_3a_4)^{1/2}$". Tais estimativas mostraram-se em consonância com as expectativas, e em concordância com os resultados encontrados em outros estudos, bem como do ponto de vista teórico. Da mesma forma, os resultados estatísticos das estimativas também foram satisfatórios, tendo em vista a significância dos coeficientes e a magnitude do coeficiente de determinação. Esses resultados permitem a devida confiabilidade para que se possa, a partir da equação estimada, procede à otimização da programação quadrática. Em vista disto, a margem de erro daí proveniente é negligenciável.

Discutiu-se anteriormente que programação linear é um método aceitável para se achar o menor custo possível por unidade de peso de alito, satisfazendo o conjunto das especificações nutricionais, e para selecionar e gerar a proporcionalidade dos alimentos que compõem a ração. Entretanto, há certa deficiência nesta técnica quando, implicitamente, poder-se-ia estar assumindo produtividade marginal constante e, possivelmente também, retorno de escala constante, muito embora não seja devidamente explicitado no método; além do que, como mencionado, uma formulação via programação linear restringe *trade offs* entre os principais nutrientes da ração (proteína e energia). A proporcionalidade desses nutrientes é imposta por uma necessidade de maior engorda do animal, por exemplo, aumentando o requerimento de energia.

GRÁFICO 1

Onze Combinações de Dieta Usadas no Experimento para
Estimar Função de Produção para Frango de Corte em
Resposta aos Insumos Proteínas e Energia.



FONTE: Dados do autor.

Neste trabalho, para efeito de comparação com os resultados estimados por programação quadrática, uma formulação de ração via programação linear, bem como os coeficientes nutricionais técnicos e os preços de mercado dos alimentos, foram fornecidos por uma grande indústria americana processadora de ração e abate de frango. Isso torna os dados compatíveis com os dados oriundos do experimento, pois são da mesma região ambiental. Os dados seriam, então, aplicados à equação (12). A indústria também forneceu os resultados de campo referentes a custo e níveis de produção. Então, estes resultados serão comparados com aqueles extraídos através da aplicação do modelo de programação quadrática.

Para dar maior consistência nas comparações dos modelos, a otimização da equação quadrática foi construída - equação (11) - onde um nível de custo é prefixado; a equação (12) é a restrição, de tal sorte a maximizar o produto (peso do frango). Uma análise de sensibilidade é conduzida sobre as restrições da equação (11) para refletir as especificações nutricionais usadas no experimento e compatibilizar o nível de custo resultante da programação linear. As restrições utilizadas pela indústria foram removidas em seguida para comparar os resultados, pois as mesmas são determinadas pelo modelo. Dessa forma, o produto advindo da função de produção pode ser explicitado pela formulação da ração, em resposta à otimização.

A comparação básica real entre os dois modelos é levada a efeito ao se incorporarem os preços de mercado para determinar-se o custo mínimo, por aplicação da programação linear, e em seguida usando-se este custo mínimo como restrição na programação quadrática, que seria a isocusto na determinação da eficiência. Portanto, a partir deste nível de custo, algumas comparações podem ser feitas, derivadas da TABELA 1, que sintetiza todos os resultados comparativos relevantes em termos percentuais.

Pelos resultados da TABELA 1, as hipóteses levantadas no início deste trabalho foram aceitas.

TABELA 1
Resultados da *performance* de eficiência resultante das formulações de programação linear (PL), adotada pela indústria, e estimativas de programação quadrática (PQ).

Indicadores	Resultados - PL/PQ
Peso médio do frango [A]	0,855
Consumo médio de ração [B]	0,905
B/A	1,055
Custo médio da ração [C]	1,000
C/A	1,172
Período de engorda	0,960
Nível de proteína (%)	0,888
Nível de energia (Kcal/lb)	1,029

FONTE: Dados do autor.

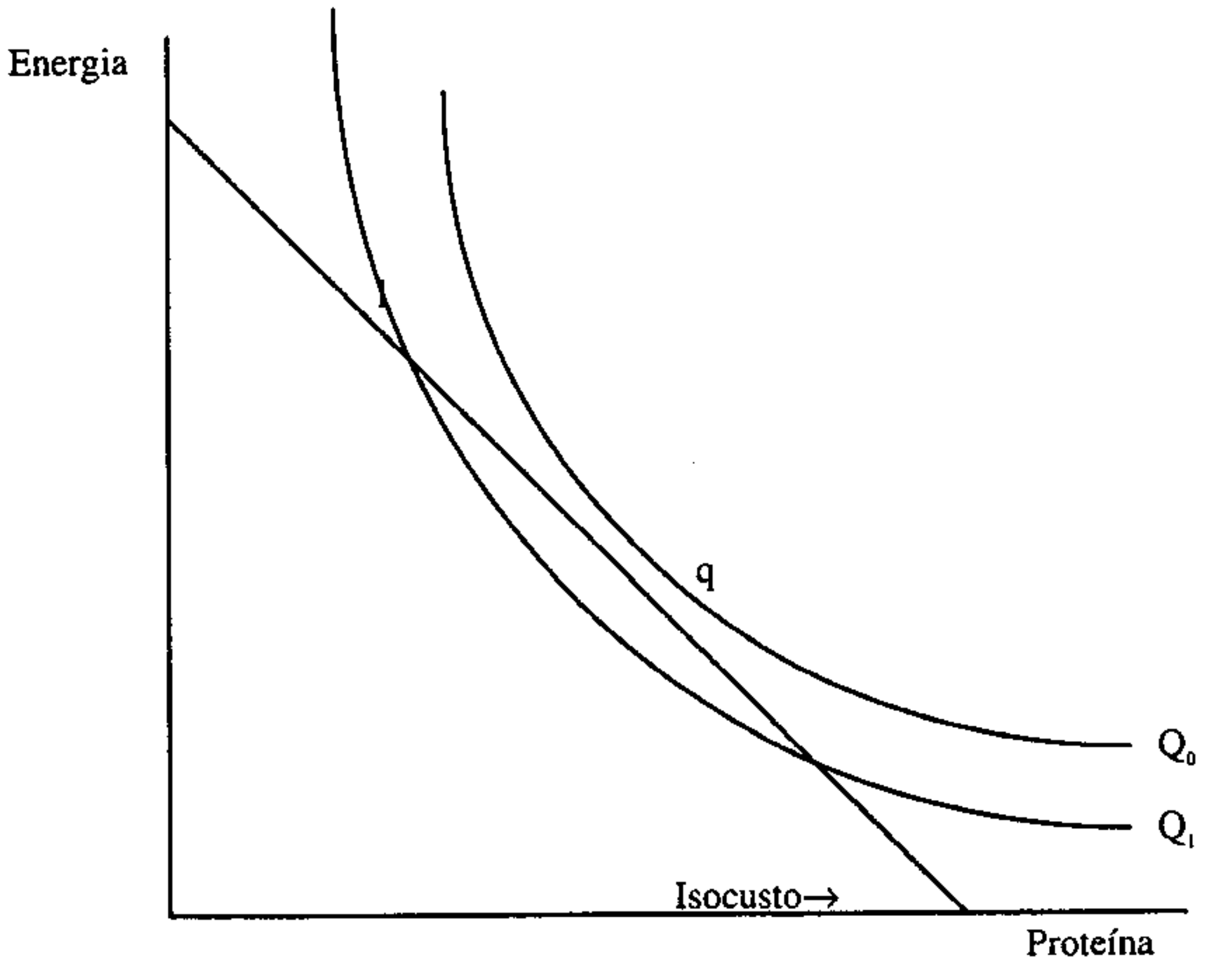
O peso ótimo do frango, derivado pelo modelo PQ de eficiência econômica, é significativamente superior em peso ao gerado pela indústria através do modelo PL - cerca de 17% (1/0,855) - para um determinado nível de custo em ambos modelos. Um possível ponto de controvérsia poderia ser o tempo de engorda, dado que a razão PL/PQ neste item é inferior a um. Entretanto, mesmo que a indústria alimentasse o frango pelo tempo equivalente ao previsto pelo modelo PQ, a razão do peso estimado passaria de 0,855 para aproximadamente 0,9. Apesar de o modelo PQ ter formulado um peso ótimo levando mais tempo que o outro, uma redução do tempo para igualar o período de engorda em ambas formulações, por certo reduziria consumo e custo, não modificando, portanto, sua supremacia de eficiência*.

Uma ilustração do ponto ótimo dos dois modelos é descrita no GRÁFICO 2. Neste, o ponto de eficiência econômica via modelo PQ é atingido em "q" com nível de produto Q_0; já o modelo PL dá como solução ótima o ponto "l" com nível de produto "Q_l".

* O tempo de engorda previsto pelo modelo PQ foi de 50 dias, enquanto que pela indústria foi de 48 dias.

Com respeito aos níveis de nutrientes resultantes dos modelos, há um *trade Off* entre os dois modelos, porquanto a ração proveniente de PQ é mais intensiva em proteína do que a do PL, e para energia ocorre o inverso. Essa troca de nutrientes é importante não só do ponto de vista econômico da produção, para condução ao ponto de eficiência, mas também com relação às características do próprio produto em termos de qualidade e satisfação para o consumidor. Isso ocorre porque o frango alimentado através da ração estipulada pela técnica PL é mais saturado em caloria, o que é atestado pela razão entre os níveis de energia ser maior que um. O GRÁFICO 2 ilustra esta situação, ao mostrar o ponto "l" com maior nível de energia do que o ponto "q".

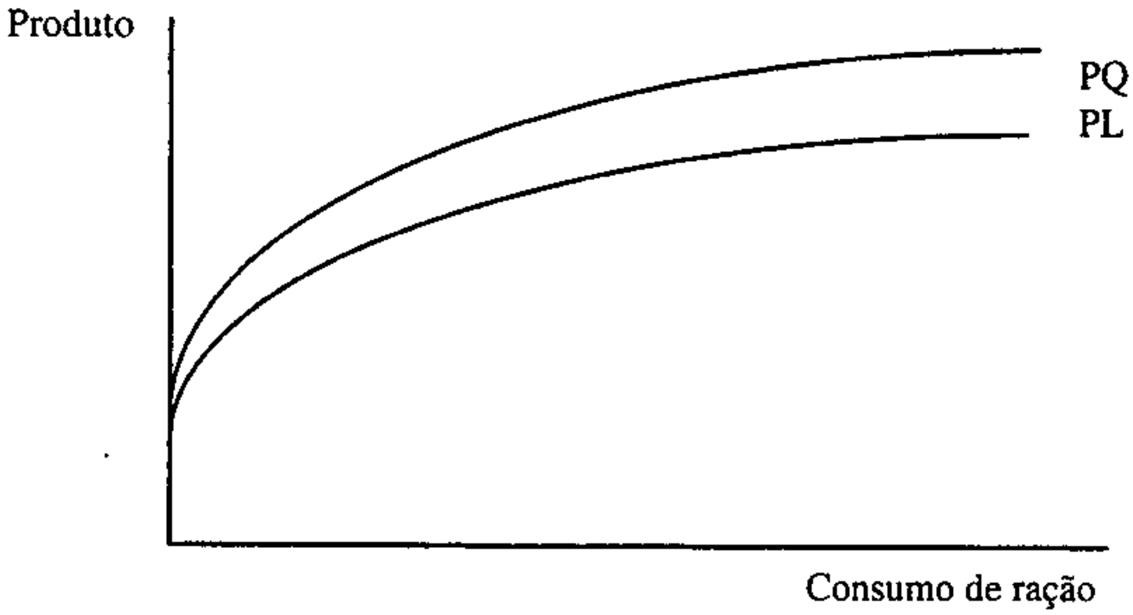
GRÁFICO 2
Ponto Ótimo e Níveis de Utilização dos Insumos pelos Modelos PQ e PL



FONTE: Dados do autor.

Analisando-se o indicador "B/A" na TABELA 1, comprova-se ser a formulação PQ mais tecnicamente eficiente do que a formulação PL. Uma vez que "B/A = 1,055 ⇒ B = 1,055A", indicando que, para um mesmo consumo de ração em ambos os modelos, "B = 1", a razão dos pesos de frango "PL/PQ < 1". Uma ilustração de eficiência técnica para este caso é mostrada no GRÁFICO 3. Portanto, melhor eficiência técnica na produção conclusivamente comprova a *performance* do modelo PQ em atingir eficiência econômica.

GRÁFICO 3
Eficiência técnica nos modelos PQ e PL



FONTE: Dados do autor.

4 CONCLUSÕES

Este artigo parte do pressuposto de que a firma pode otimizar seu nível de produção dependendo da acertada escolha do método. Do ponto de vista teórico, a firma otimiza a produção se ela realmente define seu objetivo, o qual, em geral, seria a maximização do lucro. Mas poderia, também, objetivar uma política de preço de concorrência de mercado com base na delimitação de custo mínimo. Se este fosse o caso, uma estratégia de minimização de custo, sem se ater ao nível (ou *performance*) do produto, não necessariamente levaria ao ponto ótimo de produção. Isso foi demonstrado aqui ao confrontarem-se duas técnicas de formulação de ração - programação linear e programação quadrática - na indústria de animal para abate com aplicação para frango.

O objetivo e hipóteses lançados foram obtidos satisfatoriamente em termos conclusivos, indicando que o uso do método de programação linear para minimizar custo não produz resultados tão eficientes quanto deveria, em alternativa ao método de programação quadrática que, embora também minimize custo, leva em conta o nível do produto, obtido através da estimação de uma função de produção . A resposta de crescimento do animal para abate, no caso o frango, foi bem retratada por uma função quadrática em relação aos insumos - ingestão de nutrientes básicos. A confiança obtida nas estimativas da função de produção, em decorrência da inferência estatística dos resultados, é forte o bastante para que seja mínima a margem de erro advinda dos indicadores que geraram a eficiência econômica pelo modelo de programação quadrática.

A expectativa teórica de que o ponto de eficiência econômica só poderia ser atingido através do conhecimento da *performance* do produto foi satisfeita, dando, assim, robustez teórica à alternativa do método da programação quadrática em relação ao método de programação linear adotado pela indústria. Caso esta desejasse optar pelo método de programação quadrática, o custo da troca seria desprezível, vez que ambos os métodos são operacionalmente simples. Ou seja, para fins de uso prático, uma indústria que possua o mínimo de recurso tecnológico necessitaria apenas de um software computacional de programação matemática para definir a ração, cuja formulação seria processada periodicamente, dependendo da disponibilidade de alimentos e de suas variações de preço.

Abstract: Attaining economic efficiency in livestock production is the core of this article. Some theoretical questions on microeconomic grounds are arised concerning the primary objective of a firm, namely profit maximization versus cost minization. Based upon this objective, two methodological frameworks, linear and quadratic programming, are analysed on theoretical and empirical bases. Data on broilers are used for empirical testing, and it is concluded that quadratic programming performs better than linear programming for ration formulation, cost and bird weight, that is, economic efficiency.

Key Words: Animal Production; Linear Programming; Quadratic Programming; Economic Efficiency; Profit Maximization.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALLISON, John R., BAIRD, D. M. Least Cost Livestock production rations. *Southern journal of agricultural economics*, v. 6, n. 2, p. 41-45, dec. 1974.
2. ALLISON, John R., ELY, Laue, AMATO, S. V. Broiler profit maximizing models. *Poultry science*, v. 57, p. 44-53, 1978.
3. BROWN, W. G., ARSCOTT, G. H. Animal production functions and optimum ration specification. *Journal of farm economics*, v. 42, p. 69-78, feb. 1960.
4. CHAO, T. C. *An application of farrel efficiency analysis to determination of optimum broiler rations.* Thesis (Masters) University of Georgia, Georgia, 1975.
5. DENT, J. B. Optimal rations for livestock with special reference to bacon pigs. *Journal of agricultural economics*, v. 1, p. 68-87, 1964.
6. DILLON, John L. *The analysis of response in crop and livestock production.* Oxford: Pergamon, 1968.
7. FERGUSON, C. E. *The neoclassical theory of production & distribution.* London: Cambridge University Press, 1975.
8. GEORGIA AGRICULTURAL FACTS. Athens, Georgia Department of Agriculture, oct. 1980.
9. HEADY, Earl O., DILLON, John L. *Agricultural production functions*: the Iowa State. Ames: University Press, 1961.
10. HENSON, William L. *The U.S. broiler industry:* past and present status, practices and costs. [s. l.] Pensylvania State University, 1980.
11. INTRILIGATOR, Michael, D. *Mathematical optimization and economic theory.* Elglewood Cliffs: Prentice-Hall, 1971.
12. JUDGE, George *et al. Theory and practice of econometrics.* [s. l.] John Wiley & Sons, 1982.
13. PINHEIRO, Antônio C. A., FROTA, José Fernando, FRANG, Renato. A Função de produção e a relação de preço insumo-produto como determinantes do peso ótimo do abate de suínos. *Revista de economia rural*, v. 21, n. 3, p. 371-379, jul./set. 1983.
14. SILBERBERG, Eugene. *The Structure of economics:* a mathematical analysis. [s. l.] McGraw-Hill, 1978.

Recebido para publicação em 06.08.96