

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA PARA UMA INTERPRETAÇÃO DA DEMANDA DE HABITAÇÃO E O CRESCIMENTO URBANO

*José Raimundo Vergolino**

Resumo: Destaca as desigualdades observadas na ocupação do solo urbano brasileiro, evidenciadas no contraste entre apartamentos de alto luxo e aglomerados de casebres, que tornam visíveis os desníveis de renda e, conseqüentemente, sociais das populações urbanas. Utiliza e faz referências a estudos dedicados à análise do comportamento da estrutura urbana, entre os quais estabelece paralelos e desenvolve um modelo analítico para interpretação da tendência futura da ocupação do solo em espaço urbano, tomando como base a Região Metropolitana do Recife.

1. INTRODUÇÃO

Os principais aglomerados urbanos no Brasil caracterizam-se pelo inusitado, pelo contrastante e pelo desigual. Próximo a um grande conjunto de apartamentos de alto luxo, existe um grande aglomerado de barracos, de paredes de papelão e cobertos de pedaços de folhas de zinco, sem água, sem esgotos pluviais e sem sanitários, onde as crianças brincam e brigam com as galinhas, porcos e cachorros no (e pelo) mesmo espaço. No espigão de vidro fumê, janelas de alumínio, providos de três ou mais banheiros, duas ou mais garagens, aproximadamente 20 metros quadrados por pessoa, dotados de "play-ground" para as crianças e todas as facilidades, habitam as famílias com renda de 20 ou mais salários mínimos. Nos barracos habitam os párias, os trabalhadores inseridos na faixa de menos de dois salários mínimos, sem nenhum nível de escolaridade, convivendo em um espaço de menos de cinco metros quadrados por pessoa.

Uma fotografia tomada de uma grande cidade brasileira revelará este quadro que, para qualquer indivíduo com o mínimo de sensibilidade social, pode ser classificado como tenebroso.

* Professor Adjunto da Universidade Federal de Pernambuco e Ph.D em Economia, pela University of Illinois.

O que se pergunta é qual será a tendência de ocupação do solo, nos grandes centros urbanos do Brasil, dadas as condições de renda pessoal prevalecentes hoje? Em que sentido espacial estas cidades tenderão a crescer? O crescimento será de caráter horizontal ou vertical? Estas e outras perguntas constituem preocupação dos cientistas sociais que analisam as questões urbanas no Brasil.

A idéia central desse texto é desenvolver um modelo analítico que permita interpretar a tendência futura de ocupação do solo para um espaço urbano qualquer. Definidas as hipóteses básicas do modelo e as ilações que podem ser retiradas do mesmo, procura-se verificar a capacidade de previsão do modelo com a realidade existente, tomando como base de estudo, as características de ocupação do solo da Região Metropolitana do Recife.

2. O MODELO

Os modelos desenvolvidos por Muth (1969) e Mill (1972) são uma ferramenta analítica básica para a interpretação de uma dada economia urbana. O paradigma neoclássico, com as suas principais hipóteses, constitui a base teórica dos modelos propostos pelos autores mencionados. Neste texto, utilizar-se-á a contribuição de BRUECKNER (2) que elaborou uma síntese dos dois modelos. Na opinião desse autor o objeto de um modelo dessa natureza é prover uma rigorosa explanação econômica para uma variedade de fenômenos observados dentro da estrutura espacial de uma cidade do mundo real. O fenômeno mais óbvio está na dramática variação espacial na intensidade do uso de terra urbana. Encontram-se altos edifícios no centro das grandes cidades, enquanto nos subúrbios as estruturas envolvem menor capital por unidade de terra.

No afã de explicitar o modelo de estrutura urbana, dentro do paradigma neoclássico, parte-se de algumas hipóteses, a princípio simplistas, para no decorrer do desenvolvimento do modelo, ir aproximando-o mais da realidade urbana com a qual convivemos.

Em primeiro lugar, admite-se que todos os indivíduos que residem na estrutura urbana possuem um emprego e trabalham no distrito central do núcleo urbano, isto é, eles moram no subúrbio e trabalham no centro da cidade. Uma primeira consequência do modelo em questão é que a estrutura é do tipo monocêntrica, isto é, existe um único centro de negócio dentro da estrutura urbana.

O segundo ponto a destacar é que a estrutura urbana possui um conjunto de largas avenidas e ruas que permitem ao indivíduo deslocar-se de sua residência ou local de trabalho a uma distância (x) e com um custo por quilômetro de viagem completa definido pela variável (t). Dessa forma, o custo total de transporte, para um dado período, é da ordem (tx). Segundo o modelo proposto por Mill e Muth a estrutura social de um dado aglomerado urbano está definida por um conjunto de consumidores e produtores. Do lado dos consumidores, admite-se que eles obtenham rendas iguais e que os hábitos e preferências são os mesmos para todos os indivíduos.*

O terceiro aspecto relacionado ao comportamento dos consumidores é que existe um mapa de preferências onde a utilidade total é função de um conjunto de bens duráveis e não-duráveis (c) e de uma mercadoria denominada habitação (q). Então a função utilidade seria dada por $V(c,q) = V_0$.

Para efeito de simplificação, a variável (q) — consumo de habitação — está definida pela área total do interior da habitação onde reside o consumidor. Para se chegar a função de restrição orçamentária do consumidor consideram-se as seguintes hipóteses. Em primeiro lugar assume-se que o preço de bem composto, que não habitação, é idêntico em todo o espaço urbano e igual a unidade para efeito de simplicidade, enquanto o preço do aluguel por metro quadrado de área construída, denominado (p), varia com a localização da habitação.

Dessa forma o consumidor desejará maximizar o seu nível de utilidade $V(c,q) = V_0$, sujeito à restrição orçamentária $c + pq = y - tx$. Como, neste caso, admite-se que os consumidores apresentam as mesmas características, então a nível do equilíbrio urbano os consumidores devem estar obtendo o mesmo nível de utilidade.

Tomando o valor (c) na expressão orçamentária e substituindo na função utilidade, tem-se:

$$\begin{matrix} \text{Max } V(y - tx - pq, q) = V_0 \\ \{ q \} \end{matrix} \quad (1)$$

* Estas duas hipóteses constituem uma grande simplificação da realidade, mas o seu relaxamento implicaria altos custos para o desenvolvimento e entendimento do modelo.

Dada a expressão acima, a condição de primeira ordem será:

$$\frac{V_2(y - tx - pq, q)}{V_1(y - tx - pq, q)} = p \quad (2)$$

Pressupõe-se uma função utilidade estritamente quase côncava, onde a condição de primeira ordem deve ocorrer. A expressão (2) pode ser facilmente obtida aplicando um Lagrange.

Como o nível de utilidade dos consumidores, por suposição, permanece constante ao longo do espaço urbano, então a cesta do consumidor deve ser capaz de igualar-se ao nível de utilidade (u), de maneira que

$$V(y - tx - pq, q) = u \quad (3)$$

Dessa forma tem-se o sistema

$$\frac{V_2(y - tx - pq, q)}{V_1(y - tx - pq, q)} = p$$

$$V(y - tx - pq, q) = u,$$

onde as variáveis endógenas são p e q e as exógenas estão dadas por y , t , x e u .

O passo seguinte, dadas as expressões mencionadas, está em avaliar a natureza da dependência das variáveis p e q em relação aos parâmetros y , t , x , u . Diferenciando totalmente a expressão (3) com respeito à variável distância (x) encontra-se:

$$\begin{aligned} V_1 \left[-t - \left(\frac{\partial p}{\partial x} q + p \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right] + V_2 \frac{\partial q}{\partial x} &= 0 \\ -tV_1 - q \frac{\partial p}{\partial x} V_1 - p \frac{\partial q}{\partial x} V_1 + V_2 \frac{\partial q}{\partial x} &= 0 \\ -tV_1 - q \frac{\partial p}{\partial x} V_1 - [pV_1 - V_2] \frac{\partial q}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Como $V_1 p - V_2 = 0$, então (4) transforma-se em

$$-tV_1 - qV_1 \frac{\delta p}{\delta x} = 0$$

Procurando o valor de

$$\frac{\delta p}{\delta x} = -tV_1/qV_2$$

$$\frac{\delta p}{\delta x} = -t/q < 0 \quad (5)$$

Partindo do mesmo sistema de equações — (2) e (3) — chega-se ao valor de

$$\frac{\delta p}{\delta x} = \zeta \frac{\delta p}{\delta x} > 0, \quad (6)$$

onde ζ é a declividade da curva de demanda assumindo nível de utilidade constante. Por definição, o sinal da declividade é negativo.

Diferenciando-se totalmente as expressões (2) e (3) com respeito a y , t e u tem-se:

$$\frac{\delta p}{\delta y} = \frac{1}{q} > 0; \quad \frac{\delta q}{\delta y} = y \frac{\delta p}{\delta y} < 0 \quad (7)$$

$$\frac{\delta p}{\delta t} = \frac{-x}{q} < 0; \quad \frac{\delta q}{\delta t} = y \frac{p}{t} > 0 \quad (8)$$

$$\frac{\delta p}{\delta u} = \frac{-1}{qV_1} < 0; \quad \frac{\delta q}{\delta u} = \left[\frac{\delta p}{\delta u} - \frac{TM_{gs}}{\delta c} - \frac{1}{V_1} \right] y > 0 \quad (9)$$

Qual a interpretação que pode ser dada às expressões (5) — (8) explicitadas?

A expressão (5) indica simplesmente que o preço por metro quadrado de área construída é uma função decrescente da distância (x) do núcleo central da região metropolitana, isto é, que o preço do metro quadrado de habitação é relativamente menor quanto maior for a distância do centro comercial da cidade.

A expressão (6) indica, por sua vez, que a área total construída de uma determinada habitação varia diretamente com a distância do centro comercial metropolitano. Segundo Muth e Mill quanto maior a distância de uma habitação do centro metropolitano maior o tamanho da área construída da habitação.

Desenhando-se um gráfico onde (c) e (q) estão alocados nos eixos vertical e horizontal, respectivamente, e plotando as curvas de indiferença do consumidor e a linha de restrição orçamentária, fica bastante intuitivo que uma modificação na variável distância provocará uma mudança na declividade da linha de restrição orçamentária, mas ao longo da mesma curva de indiferença. A esta mudança na variável distância está associada uma dada variação no preço do metro quadrado. Como a utilidade permanece constante (hipótese inicial) então o efeito seguinte ocorrerá ao nível da variável (q) , isto é, do tamanho da área construída de habitação.

Evidentemente que um consumidor que mora distante do centro comercial metropolitano, relativamente a outro consumidor, tem maiores custos de transporte, de locomoção. Como a utilidade é a mesma para os dois consumidores, então o consumidor que mora mais distante do centro metropolitano tem que, necessariamente, receber uma compensação. Esta compensação está exatamente no menor preço por metro quadrado da habitação do indivíduo que mora, relativamente, mais distante do centro metropolitano. As expressões (7), (8) e (9) serão objeto de maior consideração quando forem definidas as condições de oferta e analisadas, então, a estrutura interna de uma cidade.

A análise do lado da oferta do mercado de habitação segue os passos tradicionais do paradigma neoclássico. Em primeiro, existe uma função de produção do tipo $Q = H(N, I)$ onde (q) representa a área construída da habitação, (I) é a terra e (N) capital. Segundo, assume-se uma função caracterizada por retornos constantes de escala e que a $H_{11} < 0$, isto é, admite-se que a produtividade marginal do capital é decrescente. No caso específico do modelo em questão, Brueckner assume que o capital empregado na habitação é perfeitamente transferível, o que constitui uma grande simplificação da realidade, mas reconhece que esta suposição é simplesmente para tornar o modelo analiticamente operacional.

A receita total está definida por $pH(N, L)$. A função lucro será igual a $pH(N, L) - iN - rL$, onde (r) configura o aluguel da terra por hectare e (i) representa o preço de uma unidade de capital. Convém lembrar que (r) varia com a distância, enquanto o mesmo não se processa com (i) . Desde que se pressuponha retornos constantes de escala para a função de produção, pode-se reescrever a função lucro na forma

$$I [pH(N/L, 1) - iN/L - r]$$

Definindo $S = N/L$ como a densidade estrutural da habitação, que nada mais é que a razão capital/terra, então a função lucro toma a forma

$$I [p h (s) - i S - r] \quad (10)$$

onde $h(s) = H(S, 1)$ representa a área construída por hectare de terra. Esta função satisfaz as condições

$$h(S) \equiv H_1(S, 1) > 0, L_{11}(S) \equiv H_{11}(S, 1) < 0.$$

O objetivo central do empresário construtor está em, escolhido o valor de S , maximizar os lucros por hectare de terra, para uma dada quantidade fixa de terra. Isto é, ele deverá maximizar a expressão dentro dos parênteses da função (10).

A partir de (10) pode-se chegar às condições de primeira ordem de lucro zero para uma dada escolha de S , isto é,

$$p h' (S) = i \quad (11)$$

$$p h (S) - i S = r \quad (12)$$

Um aspecto importante nas expressões (11) e (12) está na presença da variável preço por metro quadrado da área construída, que é função de x , t , y e u já explicitado nas condições de equilíbrio do consumidor. Dessa forma as equações (11) e (12) determinam S e r como função das mesmas variáveis do lado do consumo mais o termo i . Diferenciando totalmente as expressões (11) e (12) com respeito a x , t , y e u encontramos:

$$\frac{\delta P}{\delta \Theta} h' + ph'' \frac{\delta S}{\delta \Theta} = 0 \quad (13)$$

$$(ph' - i) \frac{\delta S}{\delta \Theta} + \frac{\delta P}{\delta \Theta} = \frac{\delta r}{\delta \Theta} \quad (14)$$

$$\Theta = x, y, t, u$$

Substituindo (11) em (14) têm-se:

$$\frac{\delta r}{\delta \Theta} = h \frac{\delta P}{\delta \Theta} \quad (15)$$

$$\frac{\delta r}{\delta \Theta} = \frac{-h'}{ph} \frac{\delta P}{\delta \Theta} \quad (16)$$

Definidas as relações (15) e (16) como função das variáveis x , t , y e u , a próxima etapa está na interpretação dos sinais das derivadas parciais.

Em relação à variável distância, têm-se

$$\frac{\delta r}{\delta x} < 0, \quad \frac{\delta S}{\delta x} < 0 \quad (17)$$

Foi assumido, por definição, que $h_{11} < 0$, o que implica (expressão 16) que $\delta S/\delta \Theta$ apresenta o mesmo sinal de $\delta P/\delta \Theta$. O mesmo acontece com $\delta r/\delta \Theta$ na expressão (15), que apresenta o mesmo sinal de $\delta P/\delta \Theta$. No tocante às expressões (17) podem-se comparar com a expressão (5), que identifica uma relação inversa entre $\delta P/\delta x < 0$. Assim sendo, $\delta r/\delta x$ e $\delta S/\delta x$ apresentarão o mesmo sinal de $\delta P/\delta x$ pelos motivos explicitados.

Definida a questão dos sinais, a próxima etapa diz respeito à interpretação da relação (17). Está bastante claro que tanto o aluguel da terra quanto a densidade estrutural variam inversamente com a distância da habitação ao centro dos negócios metropolitanos. Isto quer dizer que quanto mais afastada do centro metropolitano estiver a habitação, menor será o preço da mesma por unidade de área construída.

Em segundo lugar, a densidade estrutural (S) (razão capital/terra), diminui à medida que há o afastamento do centro da área metropolitana. Em poucas palavras, a altura dos edifícios diminui à medida que a construção se afasta cada vez mais do centro da região metropolitana. Com efeito, pode-se observar no mundo real que a estrutura das habitações localizadas nas áreas mais afastadas do centro da região metropolitana utilizam menos capital e maior dotação de terra enquanto no centro da área comercial a recíproca é verdadeira. Definidas as condições de equilíbrio do lado da demanda e da oferta, torna-se necessário adicionar uma outra variável de grande importância no estudo dos problemas urbanos. Trata-se da variável “densidade populacional”.

A variável densidade populacional está representada pela relação $D \equiv h(S)/q$, isto é, habitantes por metro quadrado. Desde que $\delta q/\delta x > 0$ e $\delta S/\delta x < 0$. Então $\delta D/\delta x < 0$, isto é, a densidade populacional diminui à medida que aumenta a distância para o centro da região metropolitana.

O aspecto importante na análise da densidade populacional é que o comportamento espacial da variável densidade é um resultado das decisões conjuntas dos produtores e consumidores. Segundo Brueckner a substituição que os consumidores fazem em favor da moradia e os produtores realizam em favor da terra à medida que aumenta (x) são, conjuntamente, os responsáveis pelo declínio da densidade populacional.

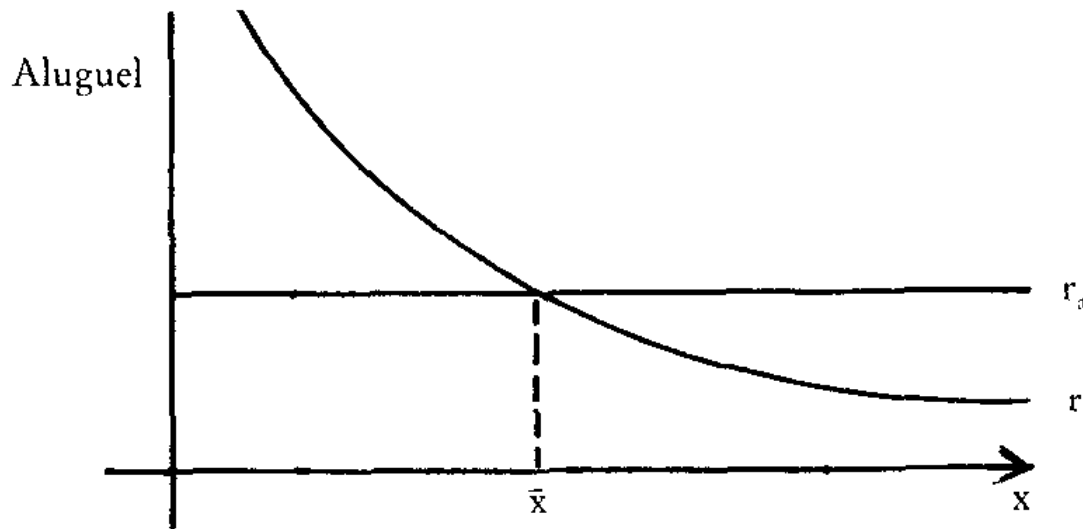
Nas páginas anteriores foram analisadas as principais relações que explicam a dinâmica da estrutura interna de um aglomerado urbano.

A segunda etapa do trabalho representa um passo adicional na análise do processo de expansão global de uma dada estrutura urbana. Nesta etapa procura-se discutir o equilíbrio global de uma dada cidade, segundo algumas hipóteses básicas, destacando-se o impacto de mudanças de determinadas variáveis no equilíbrio urbano.

Duas condições são consideradas fundamentais para a análise do equilíbrio urbano. A primeira requer que os produtores de habitação concorram com os produtores de bens agrícolas por toda a terra usada na produção de moradias. Supondo uma dada distância $\bar{x}$ localizada nos limites entre o setor rural e urbano, a condição citada pressupõe que o aluguel da terra urbana seja igual ao aluguel da terra para uso agrícola (r_a) a um dado $\bar{x}$.

$$r(\bar{x}, y, t, u) = r_a \quad (18)$$

A figura seguinte constitui uma representação da condição mencionada.



A segunda condição de equilíbrio estabelece que a população urbana deva estar contida em $\bar{x}$. Esta condição pode ser apresentada da seguinte forma. Admite-se uma estrutura urbana de formato circular, onde Θ representará o número de círculos de terra disponíveis para a construção de habitações urbanas a uma dada distância x , com $0 < \Theta \leq 2\pi$. Dessa forma a população total localizada dentro de um círculo com o comprimento do raio x e largura dx será dada por $\Theta x D(x, y, t, u) dx$. A condição geral para que uma dada população L esteja inserida em $o\bar{x}$ será dada por

$$\int_0^{\bar{x}} \Theta x D(x, y, t, u) dx = L \quad (19)$$

3. A ESTÁTICA-COMPARATIVA PARA UMA CIDADE SEM MIGRAÇÃO

No caso de uma cidade onde não exista a possibilidade de migração fica perfeitamente claro que a variável população (L) é considerada exógena ao sistema (18) e (19). As duas expressões constituem um sistema de duas equações simultâneas que determina valores de equilíbrio para as variáveis desconhecidas (u) e ($\bar{x}$), como função dos parâmetros L , r_a , y , t .

A idéia central, preconizada por Brueckner, é mostrar a capacidade de previsão do modelo quando existem diferenças nos parâmetros L , r_a , y , t , na hipótese de uma cidade fechada a movimentos migratórios.

Dado o sistema

$$r(\bar{x}, y, t, u) = r_a \quad (18)$$

$$\int_0^{\bar{x}} \Theta \times D(x, t, y, u) dx = L \quad (19)$$

o primeiro passo consiste em avaliar as derivadas parciais de r com respeito a x , y , t , u .

Na expressão (15) foi mostrado que

$$\frac{\delta r}{\delta \Theta} = h \frac{\delta P}{\delta \Theta} \text{ onde } \Theta = y, t, u, x.$$

Sucede que foi mostrado em (5) que $\frac{\delta P}{\delta x} = -t/q < 0$. Combinando estas expressões com as outras derivadas parciais

$$\frac{\delta P}{\delta y} = \frac{1}{q} > 0; \frac{\delta P}{\delta t} = \frac{-x}{q} < 0; \frac{\delta P}{\delta u} = \frac{-1}{q^{v_1}} < 0$$

podem ser encontrados os valores para $\frac{\delta r}{\delta \Theta}$, onde $\Theta = x, y, t, u$.

Então, fazendo as devidas substituições tem-se:

$$\frac{\delta r}{\delta x} = \frac{-th}{q} < 0 \quad (19a)$$

$$\frac{\delta r}{\delta y} = \frac{h}{q} > 0 \quad (19a)$$

$$\frac{\delta r}{\delta t} = \frac{-hx}{q} > 0 \quad (19a)$$

$$\frac{\delta r}{\delta u} = \frac{-h}{q^{v_1}} < 0 \quad (19a)$$

Reagrupando o sistema tem-se:

$$\begin{cases} r(\bar{x}, y, t, u) = r_a & (18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \int_0^{\bar{x}} \Theta x D(x, t, y, u) dx = L & (19) \end{cases}$$

$$\begin{cases} D \equiv h/q - (\delta r / \delta x) / t & (20) \end{cases}$$

A expressão (19) pode ser modificada, substituindo (20) em (19)

$$\begin{cases} r(\bar{x}, y, t, u) = r_a & (18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \int_0^{\bar{x}} x \left(\frac{\delta r}{\delta x} \right) dx = tL/\Theta & (21) \end{cases}$$

Integrando a expressão (21) por partes, encontra-se

$$- r_a \bar{x} + \int_0^{\bar{x}} r dx = tL/\Theta \quad (22)$$

Observe-se que no resultado da integração de (21) foi usada a expressão (18).

Supondo agora a existência de uma variável auxiliar λ que poderá representar um dos parâmetros que se deseja variar: L , r_a , y , t . Diferenciando totalmente a expressão (22) encontra-se

$$\int_0^{\bar{x}} \left[\frac{\delta r}{\delta \lambda} + \frac{\delta r}{\delta u} \frac{\delta r}{\delta \lambda} \right] dx = \frac{1}{\Theta} \left(t \frac{\delta L}{\delta \lambda} + \frac{\delta t}{\delta \lambda} L \right) + \frac{\delta r_a}{\delta \lambda} \bar{x} \quad (23)$$

Dada a expressão (23) a etapa seguinte consiste em avaliar o comportamento de $\delta u / \delta \lambda$ a partir da expressão (23). A razão básica para tal procedimento está no fato de que $\delta u / \delta \lambda$ não depende da variável distância (x).

Assim sendo, encontra-se

$$\frac{\delta u}{\delta \lambda} = \frac{\frac{1}{\Theta} \left(t \frac{\delta L}{\delta \lambda} + \frac{\delta t}{\delta \lambda} L \right) + \frac{\delta r_a}{\delta \lambda} \bar{x} - \int_0^{\bar{x}} \frac{\delta r}{\delta \lambda} dx}{\int_0^{\bar{x}} \delta r / \delta u dx} \quad (24)$$

Um ponto importante neste modelo está na avaliação do impacto de variações no nível de renda sobre o tamanho da cidade e outras variáveis que caracterizam uma dada estrutura urbana.

Partindo da expressão

$r(\bar{x}, y, t, u) = r_a$ pode-se calcular a diferencial total e chegar à expressão

$$\frac{\delta \bar{r}}{\delta x} \frac{\delta \bar{x}}{\delta \lambda} + \frac{\delta \bar{r}}{\delta u} \frac{\delta u}{\delta \lambda} + \frac{\delta \bar{r}}{\delta \lambda} = \frac{\delta r_a}{\delta \lambda}$$

A variável $\bar{r}$ representa o valor de R ao nível de $\bar{x}$. Foi mostrado anteriormente que $\frac{\delta r}{\delta x} < 0$ e, por conta disso, o sinal de $\frac{\delta \bar{x}}{\delta \lambda}$ estará definido por

$$\frac{\delta r_a}{\delta \lambda} = \frac{\delta \bar{r}}{\delta u} \cdot \frac{\delta u}{\delta \lambda} + \frac{\delta \bar{r}}{\delta \lambda} \quad (25)$$

No caso de $\lambda = y$ então a expressão (25) transforma-se em

$$\frac{\delta \bar{x}}{\delta y} = - \left(\frac{\delta r}{\delta u} \right) \left(\frac{\delta u}{\delta y} \right) + \delta \bar{r} / \delta y \quad (26)$$

Substituindo a expressão (24) em (26) encontra-se

$$\frac{\delta \bar{r}}{\delta y} \int_0^{\bar{x}} \frac{\delta r}{\delta u} dx = \frac{\delta \bar{r}}{\delta u} \int_0^{\bar{x}} \frac{\delta r}{\delta y} dx \quad (27)$$

Calculando a integral acima e substituindo os valores contidos em (19a) na expressão (27) encontra-se

$$\int_0^{\bar{x}} \frac{\bar{h}}{\bar{q}} \frac{h}{q} \left(\frac{L}{V_1} - \frac{1}{V_1} \right) dx \quad (28)$$

Foi mostrado que $\delta V_1 / \delta x > 0$. Por conta disso a expressão anterior apresentará sinal negativo no intervalo da integração. Dessa forma tanto a expressão (25) quanto a (27) apresentarão sinal positivo, tornando

$$\frac{\delta \bar{x}}{\delta y} > 0; \quad \frac{\delta u}{\delta y} > 0 \quad (29)$$

A primeira importante ilação que pode ser apresentada a partir de uma análise do incremento de renda sobre o equilíbrio espacial de uma determinada estrutura urbana, segundo o modelo unificado de Muth/Mill, é de que provoca um aumento da demanda por habitação e com isso um crescimento espacial da cidade.

Uma importante predição desse modelo está relacionada ao fato de que as pessoas de maior nível de renda tendem a mover-se para a periferia das cidades, surgindo os bairros de alto nível de renda, enquanto as famílias de menor poder aquisitivo tendem a concentrar-se perto do centro metropolitano.

Em resumo, o que estes autores procuram definir como uma característica do crescimento das cidades é que o processo de suburbanização dos grandes centros metropolitanos está intimamente relacionado ao comportamento do nível de renda das famílias urbanas.

Recentemente surgiram algumas contribuições na literatura, mostrando que o fator renda não pode ser responsável por tal processo de suburbanização das cidades. Operando um modelo alternativo, BROWN (1) provou que isto não é verdade. O modelo apresentado pela autora parte da versão do modelo de Alonso que apresenta algumas diferenças básicas do proposto por Muth/Mill.

A função utilidade é do tipo $U = U [z, q, t, (D)]$ (1), onde z representa a quantidade de um bem composto; q representa a quantidade de área da habitação; t é o tempo gasto em transporte; e D representa a distância da habitação ao centro da cidade. A função de restrição orçamentária está dada por

$$y = Pz + R(D)q + K(D) \quad (2)$$

onde y é a renda monetária; P é o preço do bem composto que não habitação; R é o aluguel por unidade da moradia; e K é o custo monetário do transporte.

A condição de primeira ordem do modelo, usando o multiplicador de Lagrange, estará dada por

$$L = U [z, q, t, (D)] + \lambda [y - pz - R(D)q - K(D)] \quad (3)$$

Fazendo as derivadas parciais e igualando a zero tem-se:

$$y - pz - R(D)q - K(D) = 0 \quad (4a)$$

$$U_z - \lambda_p = 0 \quad (4b)$$

$$U_q - \lambda R(D) = 0 \quad (4c)$$

$$U_t t'(D) - \lambda [qR'(D) + K'(D)] = 0 \quad (4d)$$

Chamando $A = qR'(D) + K'(D)$, tem-se:

$$U_t t'(D) - \lambda |A| = 0$$

A fim de simplificar a análise, BROWN (1) coloca a variável tempo gasto em transporte diretamente dentro da função utilidade. Com isso o sistema 4a-4d transforma-se em

$$y - pz - R(D)q - K(D) = 0 \quad (5a)$$

$$U_z - \lambda_p = 0 \quad (5b)$$

$$U_q - \lambda R(D) = 0 \quad (5c)$$

$$U_D - \lambda A = 0 \quad (5d)$$

Para encontrar uma relação entre $\delta D^*/\delta y$ calcula-se a diferencial total do sistema (5a — 5d), admitindo $dp = dR(D) = dR'(D) = dK(D) = dK'(D) = 0$, e dividindo-se todas as expressões por δY chega-se a seguinte expressão:*

$$\begin{bmatrix} 0 & -p & -R & -A \\ -p & U_{zz} & U_{qz} & U_{Dz} \\ -R & U_{zq} & U_{qq} & B \\ -A & U_{zD} & B & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta y^*/\delta Y \\ \delta z^*/\delta Y \\ \delta q^*/\delta Y \\ \delta D^*/\delta Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

* Para um razoável entendimento dos aspectos formais de derivação do modelo, ver CHIANG (3); SILBERBEG (15) e GLAISTER (8).

onde

$$B \equiv U_{Dq} - \lambda R'(D)$$

$$C \equiv U_{DD} - \lambda A(D)$$

Utilizando a regra de Cramer chega-se ao valor de

$$\frac{\delta D^*}{\delta Y} = \frac{-J_{14}}{|J|} = \frac{1}{|J|} \left\{ -P(U_{qz}B - U_{zD}U_{qq}) - \right. \\ \left. - U_{zz}[-R(D)B + AU_{qq}] + U_{qz}[-R(D)U_{zD} + AU_{zq}] \right\} \quad (6)$$

Na equação (6) $|J|$ representa o determinante da matrix Jacobiana. Uma importante hipótese apresentada por BROWN (1) em seu trabalho diz respeito à independência das utilidades, implicando que $U_{zD} = V_{zq} = V_{qd} = 0$. Como se opera com duas categorias de bens — composto e habitação — pouco relacionados, então a hipótese não representa uma forte simplificação da realidade. Substituindo os valores acima na expressão (6) esta reduz-se a

$$\frac{\delta D^*}{\delta y} = \frac{-U_{zz}}{|J|} [AU_{qq} + R(D)\lambda R'(D)] \quad (7)$$

Dado o valor de

$$A = \frac{U_D R(D)}{U_q} \text{ e } \lambda = \frac{U_q}{R(D)}$$

e substituindo na expressão (7) encontra-se

$$\frac{\delta D^*}{\delta y} > // < 0 \text{ se, e somente se, } \frac{U_D U_{qq}}{U_q^2} < // > \frac{-R'(D)}{R(D)}$$

Sucedee que

$$\frac{U_D U_{qq}}{U_q^2} = \frac{\delta}{\delta q} \left(\frac{dq}{dD} \right)_I \text{ e}$$

$$\frac{-R'(D)}{R(D)} = \frac{\delta}{\delta q} \left(\frac{dq}{dD} \right)_Y$$

e os dois termos acima representam, respectivamente, a declividade da curva de indiferença e da reta orçamentária quando se aumenta a quantidade de habitação mantendo a variável distância (D) constante a um nível inicial de equilíbrio. A conclusão da autora é que

$$\frac{\delta D^*}{\delta y} > // < 0 \quad \text{se, somente se,} \quad \frac{\delta}{\delta q} \left(\frac{dq}{dD} \right) I < // > \frac{\delta}{\delta q} \left(\frac{dq}{dD} \right)$$

“isto é, um aumento na renda pode resultar em um movimento para longe ou para perto do centro da região metropolitana. A direção do movimento vai depender, caso haja um crescimento da variável q a partir de uma situação inicial, de mudanças na declividade da curva de indiferença ser menor ou maior que mudanças na declividade da linha de orçamento.

As implicações são primeiro de que não podemos afirmar que o crescimento na renda real ocorrido nos últimos cem anos tenha sido um dos responsáveis pela suburbanização e, segundo, que a teoria é consistente com qualquer esquema observado de localização e renda” (1:37).

A análise da autora vai mais longe e procura avaliar os efeitos do aluguel, custo de transporte e variações na velocidade de locomoção sobre a demanda de habitação. Operando com um modelo semelhante ao apresentado, concluiu que os resultados para a variável aluguel e para custo de transporte são indeterminados. Por conta da indeterminação do efeito renda, então os resultados da análise estática-comparativa apresentaram-se claramente indefinidos. Todavia, quando ela procura avaliar os efeitos de melhoramentos do sistema de transporte sobre a localização da habitação conclui que uma melhoria no sistema de transporte aumenta tanto a demanda por habitação quanto a distância do centro da cidade, *coeteris paribus*.

A conclusão da autora é de que uma possível causa da descentralização urbana está relacionada às inovações ocorridas no sistema de transporte, o que motivou as famílias a residirem cada vez mais distantes do centro da cidade.

3.1. CONCLUSÕES EM TORNO DA MODELAGEM

- a) Com o crescimento da área urbana as famílias de menor poder aquisitivo tendem a localizar-se próximo a centros urbanos da região metropolitana, por conta da influência que os custos de transporte exercem em seus orçamentos domésticos.

- b) Com o crescimento da área urbana as famílias de maior nível de renda movem-se para áreas mais distantes do centro da região metropolitana, onde menor é o preço da terra urbana.
- c) A densidade estrutural varia inversamente com a distância do centro da região metropolitana. No centro da RM a relação capital/terra das edificações é mais elevada relativamente às edificações localizadas nos subúrbios da RM. As edificações no centro são verticalizadas enquanto no subúrbio, são mais horizontalizadas.
- d) O crescimento da renda real das famílias urbanas, não explica, por si só, o elevado processo de suburbanização das regiões metropolitanas. A modernização do sistema de transporte — largas avenidas, sistema de linhas especiais para ônibus, metrô e avenidas expressas — constitui uma variável crucial no movimento espacial das famílias de maior nível de renda no espaço metropolitano. Para estas famílias o tempo gasto entre a moradia e o local de trabalho representa um papel crucial na tomada de decisão sobre onde residir.
- e) A densidade urbana varia inversamente com a distância ao centro da RM. A relação população/km² é maior no centro da RM que nos subúrbios. A variável renda apresenta um alto poder explicativo no comportamento da densidade urbana.

4. BREVE REVISÃO DA LITERATURA

Nesta etapa do trabalho será feita uma breve revisão da literatura, procurando dar destaque às principais discussões teóricas embutidas no modelo de Muth e Mill. A partir da análise desenvolvida por Muth e Mill muitos estudiosos procuraram aprofundar, através de estudos empíricos, alguns pontos relevantes do modelo geral.

Embasado em um conjunto de trabalhos e operando com os últimos dez anos da literatura, é possível perceber que o grosso das contribuições está centrado na análise da demanda de habitação e na questão do estudo da função de densidade populacional em áreas urbanas. Evidentemente que esta revisão não esgota o assunto, mas se tentou enfatizar os principais trabalhos realizados nos segmentos destacados.

4.1. A DEMANDA POR HABITAÇÃO

Em um artigo bastante citado na literatura, Muth (1960) procura avaliar as elasticidades preço e renda da demanda por habitação. Ele desenvolve um modelo levando em consideração as variáveis aluguel, renda, estoque “per capita” de habitação, índice do custo da construção residencial e a taxa de retorno dos títulos públicos de longo prazo.

De acordo com os resultados apresentados pelo autor tanto a elasticidade renda da demanda quanto a elasticidade preço são maiores que a unidade, em valor absoluto, mostrando que as estimativas até então realizadas, subestimaram as elasticidades. Na opinião do autor, o fato de a elasticidade ser maior do que a unidade, sugere que o imposto territorial urbano não se apresenta regressivo como muitos imaginavam, podendo mesmo ser até progressivo.

Outro artigo bastante citado na literatura de economia urbana, de LEEVW (11) elabora uma revisão crítica dos principais estudos de demanda de habitação que usaram dados de corte transversal. A ideia central do autor está em “mostrar que a quantidade demandada de serviços de habitação por unidade de tempo depende da renda real ‘normal’ e dos preços relativos dos serviços de habitação. O conceito de habitação refere-se muito mais ao fluxo de serviços que propriamente ao valor da estrutura e o conceito de renda refere-se a um horizonte de longo prazo de que um único mês ou ano”. Uma crítica que o autor faz diz respeito à incerteza nos cálculos de elasticidade dos estudos de demanda de habitação, posto que as estimativas da elasticidade-renda da demanda variam de 0,4 a 2,1. Na sua opinião torna-se necessário aprofundarem-se os estudos no sentido de encontrar parâmetros da função demanda que estejam condizentes com a realidade.

As variáveis básicas da função demanda, estimada por Leevw, são despesas médias de habitação, renda média e o nível de preços em 19 regiões metropolitanas. A elasticidade-renda de habitação de acordo com as evidências apresentadas pelo autor varia de acordo com o tamanho da família e segundo a condição de propriedade. Um aspecto importante do seu estudo está em mostrar que a elasticidade-renda apresenta-se moderadamente acima de um, corroborando as estimativas de alguns estudos realizados anteriormente.

Outra contribuição sobre o assunto foi dada por STRASZHEIM (16), que identifica outras variáveis importantes da demanda por habitação, tais como o local de trabalho do chefe da família e o acesso entre a residência e o local de trabalho. Todavia, em um dos mais polêmicos artigos publicados sobre estimativas de elasticidade-renda e preço de habitação, afirma estar associado com a unidade de observação empregada. Na opinião do autor um fator crucial dos diferenciais de elasticidade está associado à interpretação da variável renda. “Desde que elasticidade-renda da demanda de habitação é maior com respeito a renda permanente de que com respeito a renda corrente alguém poderia esperar que elasticidade-renda, oriunda de dados grupados, excede a elasticidade-renda oriunda de dados de observação de unidade familiar baseadas na renda corrente, porque os componentes da renda transitória tendem a se cancelar no caso de dados agrupados” (16:1). O segundo aspecto que contribui para as diferenças nas estimativas de elasticidade-renda pode ser explicado pela omissão ou erro de especificação da variável preço na equação de demanda de habitação.

Inúmeros autores procuraram testar o impacto das diferentes definições de renda sobre o nível das elasticidades-renda da demanda. Para os pesquisadores LEE & KONG (9) a utilização da hipótese da renda permanente apresentou-se mais próxima da realidade que os outros conceitos de renda, testados pelos autores. A elasticidade-renda da demanda a partir de estimativas da renda permanente apresentou-se mais coerente com outras evidências já destacadas. A elasticidade-renda da demanda por habitação foi menor que a unidade, levando os autores a concluir que o papel da renda permanente não deve ser exagerado quando de estudos de demanda de habitação.

A partir do trabalho de FOLLAIN et alii (7) surge o primeiro estudo de demanda de habitação para um país subdesenvolvido. Usando dados da Coreia do Sul os autores mostraram que as elasticidades-renda e preço de habitação naquele país não diferem significativamente das encontradas para os Estados Unidos. A elasticidade-renda foi menor que um e a elasticidade-preço menor que um em valor absoluto.

Uma outra importante contribuição para o melhor conhecimento das elasticidades de demanda por habitação foi dada por JIMENEZ et alii (10), que estimaram uma função demanda de habitação para El Salvador, pequeno país da América Central. Os autores encontraram resultados bastante semelhantes aos de outros países desenvolvidos e concluíram que a elasticidade-renda com base na renda permanente apresentou-se

um pouco maior que a elasticidade usando renda corrente. Os autores usaram dados de corte transversal de uma amostra de famílias salvadoreñas, elaborando regressões por unidade familiar.

A pesquisa desenvolvida por EBERTS & GRONBERG (6) procura explorar uma parte do modelo de Muth, até então não discutida, que diz respeito à relação entre a distância e o preço da habitação e a relação entre salários e distância do trabalho. Os resultados encontrados pelos autores confirmam as previsões apontadas no modelo de Muth.

Um outro grupo de pesquisadores tem procurado investir em estudos de demanda de habitação a partir da análise das características das habitações, com vistas a gerar preços hedônicos. Com efeito, a definição de um preço para a habitação constitui um dos pontos mais controvertidos nos estudos de demanda de habitação. O trabalho teórico clássico na área de preços hedônicos foi desenvolvido por Rosen (1974). A autora desenvolveu todo o arcabouço teórico necessário para o entendimento de preços hedônicos e da construção de preços para a habitação.

O ponto que tem chamado a atenção dos economistas urbanos diz respeito ao comportamento dos preços de serviços de habitação em relação ao tempo de viagem entre a moradia e local de trabalho, invariavelmente localizado no centro da região metropolitana, quando na hipótese de uma cidade monocêntrica. Ainda não se chegou a um consenso com relação a esta hipótese. Bender e Hwang (1985) identificam os principais autores que trataram do problema e destacam a existência de contradições entre os trabalhos empíricos. No teste que realizaram, os autores concluem que o modelo urbano do tipo Muth não é somente plausível intuitivamente, como também empiricamente significativa.

4.2. A FUNÇÃO DE DENSIDADE URBANA

É vasto o número de estudos dedicados à análise do comportamento da estrutura urbana através de funções de densidade. Como anteriormente afirmamos, a função densidade urbana reflete, em última análise, o comportamento dos consumidores e produtores dentro do espaço urbano. A função de densidade permite visualizar, por sua vez, o processo de suburbanização de uma cidade e representa uma hipótese do modelo Muth-Mill, testada empiricamente e com sucesso de aceitação. Através da análise da função de densidade é possível capturar importantes mudanças nas características estruturais de uma área urbana.

O estudo clássico e pioneiro sobre densidade de população urbana é devido a Colin Clark (1951) que, embasado em uma função do tipo exponencial negativa, provou que a densidade populacional declina à medida que se afasta do centro da região metropolitana. Aprofundando os estudos na área de funções de densidade, Muth (1969) deu uma contribuição significativa, realizando uma completa investigação da função proposta por Clark, para 46 cidades americanas, constituindo-se um dos mais completos estudos realizados até aquela data sobre densidade populacional para os principais aglomerados urbanos nos Estados Unidos.

Outra importante contribuição foi dada por Mill (1972) que, usando uma metodologia semelhante à empregada por Muth, estimou funções de densidade da população e emprego para um grande conjunto de cidades norte-americanas. Na opinião de Mill os principais determinantes da função da densidade populacional estavam dados pelo tamanho da área da região metropolitana, nível de renda da população e preço do transporte. Mais recentemente Mill (1984) procurou analisar o grau de suburbanização da população e do emprego usando a função de densidade proposta por Muth e comparando os seus resultados com outras diferentes medidas de suburbanização, a exemplo da proposta de Bradford e Kalejian (1973). Os resultados são extremamente elucidativos e, segundo Muth, fatores como crime, discriminação racial, nível de instrução e impostos não explicam as causas da suburbanização. Segundo o autor variáveis econômicas básicas como crescimento da renda e da população explicam, com grande propriedade, o fenômeno da suburbanização.

Outros estudos procuraram destacar pontos relevantes da função de densidade, como o trabalho de White (1977) que procurou estudar a confiabilidade dos regressores da função de densidade a partir do método dos dois pontos. Outros autores procuraram analisar o impacto de variações do nível de renda das famílias sobre a função de densidade destacando-se o trabalho de Haurin (1980).

Uma outra vertente de estudos de densidade urbana bastante popular na literatura está associada à estimação de outras formas funcionais que a proposta por Clark. Segundo um conjunto de autores, destacando-se Parr (1985), Eldrige (1984), Anderson (1985), Brueckner (1983), a função densidade do tipo exponencial negativa não captura, com bastante propriedade, algumas características da estrutura urbana, especialmente em situações onde os núcleos urbanos não se configuram como áreas monocêntricas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. BROWN, Bárbara. Location and housing demand. *Journal of Urban Economics*, 17:30-41, 1985.
02. BRUECKNER, Jank. A Dynamic model of housing production. *Journal of Urban Economics*, 10:1-14, 1985.
03. CHIANG, Alpha C. *Fundamental methods of mathematical economics*. 2 ed. New York, MacGraw-Hill, 1974.
04. CRONIN, Francis J. Estimation of dynamic linear expenditure functions for housing. *Review of Economics and Statistics*: 97-102, 1981.
05. DYNARSKI, Mark. Housing demand and disequilibrium. *Journal of Urban Economics*, 17:42-57, 1985.
06. EBERTS, Randall W. & GRONBERG, Timothy J. Wage gradients, rent gradients, and the price elasticity of demand for housing: and empirical investigation. *Journal of Urban Economics*, 12:168-176, 1982.
07. FOLLAIN, James; LIN, Giel-Chin & RENAUD, Bertrand. The Demand for housing in developing countries: the case of Korea. *Journal of Urban Economics*, 7:315-36, 1980.
08. GLAISTER, Stephen. *Mathematical methods for economics*. Oxford, Blackwell, 1982.
09. JIMENEZ, Emmanuel & KEARE, Douglas H. Housing consumption and permanent income in developing countries: estimates from panel data in El Salvador. *Journal of Urban Economics*, 15:172-94, 1984.
10. LEE, Tong Hun & KONG, Chang Min. Elasticities of housing demand. *Southern Economic Journal*, 44:298-305, Oct., 1977.
11. LEEVW, Frank de. The Demand for housing: a review of cross-section evidence. *The Review of economics and Statistics*, 53(1):1-10, Feb., 1971.
12. McCALLUM, Douglas & BENJAMIN, Stan. Low income urban housing in the third world: broadening the economics perspective. *Urban Studies*, 22:277-87, 1985.

13. MAYO, Stephen K. Theory and estimation in economics of housing demand. **Journal of Urban Economics**, 10:95-115, 1981.
14. POLLINSKY, A. Mitchell. The Demand for housing: a study in specification and grouping. **Econometrica**, 45(2):447-61, mar., 1977.
15. ROISTACHER, Elizabeth A. Short-run housing responses to changes in income. **American Economics Review**, 67:381-86, 1977.
16. SILBERBEG, Eugene. **The Structure of economics**: a mathematical analysis. New York, McGraw-Hill, 1978.
17. STRASZHEIM, Mahlon R. Estimation of the demand for urban housing services from household interview data. **The Review of Economics and Statistics**, 4(1):1-8, Feb., 1973.
18. THLANFELDT, Keith Ray. An Empirical investigation of alternative approaches to estimating the equilibrium demand for housing. **Journal of Urban Economics**, 9:97-105.
19. WHEATON, William C. Life-cycle theory, inflation, and the demand for housing. **Journal of Urban Economics**, 18:161-79, 1985.

Abstract: Accents the differences observed about the occupation of the Brazilian urban soil made evident in opposition to high luxury apartments and agglomeration of shacks where it becomes visible the difference in levels of income and consequently, social of the urban populations. It utilizes and makes references to researches dedicated to analysis of behavior of the urban structure among then establishing parallels and developing an analytical model for the interpretation of future tendency of the soil occupation in the urban space, taking as a basis Recife's Metropolitan Region.

NOTA DE ESCLARECIMENTO

Senhor Redator-chefe,

“Com referência ao artigo ‘**Agricultura Irrigada e Desenvolvimento Regional**’, de minha autoria, publicado no nº 2, vol. 19 (abril/junho-88), da Revista Econômica do Nordeste, lamentavelmente, por um problema das condições em que o mesmo foi elaborado e por uma falha de revisão, foi omitida uma importante referência bibliográfica na qual se basearam, em grande parte, os itens 4 e 5 do citado artigo. Tal referência é a tese de doutoramento do Dr. José Otamar de Carvalho, intitulada ‘O Nordeste Semi-árido: Questões de Economia Política e de Política Econômica’, defendida na Universidade de Campinas, em 1985, a cujo capítulo 6 tive acesso na ocasião da elaboração do artigo. Essa tese foi publicada na forma de livro em agosto de 1988, pela Editora Campus, do Rio de Janeiro, com o título ‘A Economia Política do Nordeste — Secas, Irrigação e Desenvolvimento’.

Em razão dessa lamentável falha, solicito de V. Sa. a fineza de inserir em uma das próximas edições da Revista Econômica do Nordeste a correspondente ressalva, a fim de fazer jus às idéias contidas principalmente no capítulo 6 da obra do Dr. Otamar.

Desculpando-me pelo incômodo, e esperando contar com os seus préstimos no sentido de minimizar os efeitos dessa omissão, subscrevo-me

Atenciosamente

Luiz Ablas”



bnb BANCO DO NORDESTE
DO BRASIL S.A.

Superintendência Administrativa - SUPER
Departamento de Serviços Administrativos - DESAD
Divisão de Mecanografia - DIMEC

89/781
09/1.700