

“DEL-CREDERES” COMPOSTOS CONCEITOS E IMPLICAÇÕES

*José Piragibe Figueiredo Mendes**

Resumo: Costuma-se definir “del-credere” ou “spread”, normalmente, como sendo a margem de ganho ou de comissão obtida pela diferença entre a taxa efetiva de encargos financeiros praticada na ponta da aplicação e o custo efetivo de captação de recursos, expressa sob a forma de taxa de juros. Existe outra definição que conceitua a taxa de “del-credere” segundo uma abordagem multiplicativa ou relativa, ou seja, a referida taxa é dada pela relação entre o valor do resgate de uma aplicação unitária e o valor do resgate de uma captação unitária num dado período de tempo. Antes do Decreto-lei 2.283, de 27.02.86, dever-se-iam considerar, no presente estudo, os cenários pós-fixados e prefixados. Em face, contudo, desse Decreto, que baniu (com raras exceções) a correção monetária dos setores de captação e aplicação de recursos, as abordagens anteriores ficam atualmente restritas ao cenário prefixado.

1. INTRODUÇÃO

No mercado financeiro — onde interagem os setores de captação e de aplicação de recursos — costuma-se definir “del-credere” ou “spread”, normalmente, como sendo a margem de ganho ou de comissão obtida pela diferença entre a taxa efetiva de encargos financeiros praticada na ponta da aplicação e o custo efetivo de captação de recursos, expressa sob a forma de taxa de juros. Ou mais precisamente: pela diferença entre a taxa efetiva de rentabilidade (retorno) da aplicação e o custo efetivo de captação.

Entretanto, além dessa definição de taxa de “spread” — que reflete um conceito de margem operacional das instituições financeiras segundo uma **abordagem aditiva ou absoluta** — há também uma outra definição,

* Engenheiro Civil, Assessor da Presidência do Banco do Nordeste do Brasil S.A. — BNB.

embora menos popular que a primeira, que conceitua a taxa de “del-credere” segundo uma **abordagem multiplicativa** ou **relativa**. De acordo com esta definição, a taxa de “del-credere” é dada pela relação entre o valor do resgate de uma aplicação unitária e o valor do resgate de uma captação unitária, num dado período de tempo, conforme se mostra adiante.

Vale salientar que, antes do Decreto-lei nº 2.283, de 27.02.86, haveria de se considerar, no presente estudo, os cenários pós-fixado e prefixado. Entretanto, em face daquele Decreto, que banuiu (com raras exceções) a correção monetária dos setores de captação e de aplicação de recursos, as abordagens acima referidas ficam atualmente restritas ao cenário prefixado.

Para as instituições financeiras, em geral, as situações relacionadas com “del-credere” compostos, entre outras, consistem basicamente nas seguintes:

- a) determinação da taxa efetiva de juros a ser praticada na ponta da aplicação de recursos, uma vez conhecidos o custo efetivo de captação daqueles recursos e a taxa de “spread” desejada;
- b) determinação do custo efetivo de captação de recursos de repasse, por exemplo, uma vez conhecidas a taxa efetiva de juros na ponta da aplicação e a taxa de “del-credere”, previamente estabelecidas por força de convênio;
- c) cálculo da taxa de “spread”, uma vez conhecidos o custo efetivo de captação e a taxa efetiva de rentabilidade (taxa de retorno) desejada nas operações ativas;
- d) determinação da taxa efetiva de “del-credere” considerando-se os “efeitos redutores”, provocados pelo PASEP/FINSOCIAL, no caso de bancos oficiais.

É evidente que os casos anteriores se originam da própria definição da taxa de “del-credere” e de suas inter-relações com as taxas efetivas de captação e de aplicação de recursos, dependendo o resultado de cada um desses casos do conceito que for adotado para a taxa de “del-credere”.

Assim, para resolvê-los, de modo que haja coerência entre os resultados obtidos, é necessário que se tenha em vista um referencial para o “spread”, ou seja, que se defina qual a **abordagem** a ser adotada, se a **aditiva** ou a **multiplicativa**.

A propósito, tem-se observado que, inadvertidamente, muita gente vem transformando, por exemplo, taxa de “del-credere” mensal em taxa de “del-credere” anual, e vice-versa, usando o mesmo critério utilizado para conversão de taxas efetivas equivalentes no regime de juros compostos, sem levar em conta sob que abordagem se enquadra a definição da taxa de “del-credere”. Vale ressaltar, no entanto, que aquele critério de transformação de taxas equivalentes não se aplica às taxas de “spread” caso estas sejam definidas segundo a **abordagem aditiva** ou **absoluta**. É válido, porém, nos casos em que as taxas de “del-credere” sejam definidas segundo a **abordagem multiplicativa** ou **relativa**, conforme será mostrado adiante.

Fatos como este constituem algumas das “armadilhas perigosas” existentes no presente assunto — vez que contrariam certas intuições e raciocínios aparentemente lógicos — implicando dizer que as situações financeiras envolvendo “del-credere” compostos não são tão simples como se costuma imaginar.

2. EXPRESSÕES MATEMÁTICAS DOS “DEL-CREDERES” COMPOSTOS

Visando à compreensão dos casos práticos mostrados adiante, apresentam-se, a seguir, as expressões matemáticas que definem as taxas de “del-credere”, expressas em termos nominais e reais, respectivamente, de acordo com as abordagens **aditiva** (ou **absoluta**) e **multiplicativa** (ou **relativa**) referidas anteriormente.

2.1. ABORDAGEM ADITIVA (OU ABSOLUTA)

2.1.1. Taxa de “Del-Credere” em Termos Nominais (DC_{11})

$$DC_{11} = i_A - i_C \quad (1)$$

onde, referidas a um mesmo período, tem-se:

i_A = taxa efetiva de juros praticada na ponta da aplicação, expressa em decimal, em termos nominais (que já embute a taxa de inflação), devendo refletir a taxa efetiva de rentabilidade da operação ativa, em termos nominais;

i_C = taxa efetiva (custo) de captação de recursos, expressa em decimal, em termos nominais;

DC_{11} = taxa de “del-credere”, expressa em decimal, em termos nominais, segundo a abordagem **aditiva** (ou absoluta).

Além dessas notações, para o mesmo período a que se referem as taxas supracitadas, consideremos, também, as seguintes:

j = taxa de inflação estimada ou ocorrida, expressa em decimal;

r_A = taxa efetiva de juros praticada da aplicação, expressa em decimal, em termos reais (já descontada a inflação), devendo refletir a taxa efetiva de rentabilidade (retorno) da operação ativa, em termos reais;

r_C = taxa efetiva (custo) de captação de recursos, expressa em decimal, em termos reais.

DC_{12} = taxa de “del-credere”, expressa em decimal, em termos reais, segundo a **abordagem aditiva** (ou absoluta)

Por outro lado, é sabido que

$$i_A = (1 + r_A) (1 + j) - 1 \quad (2)$$

$$i_C = (1 + r_C) (1 + j) - 1 \quad (3)$$

Subtraindo-se (3) de (2) obtém-se a expressão (4), abaixo, equivalente à expressão (1) anterior:

$$\boxed{DC_{11} = (r_A - r_C) (1 + j)} \quad (4)$$

2.1.2. Taxa de “Del-Credere” em Termos Reais (DC_{12})

Segundo a abordagem aditiva e em função das notações apresentadas, tem-se:

$$\boxed{DC_{12} = r_A - r_C} \quad (5)$$

Por outro lado, tendo em vista que

$$r_A = \frac{1 + i_A}{1 + j} - 1 \quad (6)$$

$$r_C = \frac{1 + i_C}{1 + j} - 1 \quad (7)$$

Subtraindo-se (7) de (6) obtém-se a expressão (8), abaixo, que é equivalente à expressão (5), anterior:

$$\boxed{DC_{12} = \frac{i_A - i_C}{1 + j}} \quad (8)$$

Em resumo, da **abordagem aditiva**, conclui-se que:

(Taxa de *Del-credere*
em termos nominais) = $DC_{11} = i_A - i_C = (r_A - r_C) (1 + j)$

$$\begin{aligned} & \text{(Taxa de Del-credere} \\ & \text{em termos reais)} = DC_{12} = r_A - r_C = \frac{i_A - i_C}{1 + j} \end{aligned}$$

É ocioso dizer que, se não houver inflação ($j = 0$), tem-se, $i_A = r_A$, $i_C = r_C$, implicando $(i_A - i_C) = (r_A - r_C)$, ou seja,

$$DC_{11} = DC_{12}.$$

2.2. ABORDAGEM MULTIPLICATIVA (OU RELATIVA)

2.2.1. Taxa de "Del-Credere" em Termos Nominais (DC_{21})

$$\boxed{DC_{21} = \frac{1 + i_A}{1 + i_C} - 1} \quad (9)$$

$$\text{ou então,} \quad \boxed{DC_{21} = \frac{i_A - i_C}{1 + i_C}} \quad (10)$$

Pela expressão (9) observa-se que, segundo a **abordagem multiplicativa**, a taxa de "del-credere" representa a relação entre o valor do resgate de uma aplicação unitária e o resgate de uma captação unitária, num dado período de tempo. Ou seja, relaciona, numa operação casada de captação e aplicação, por unidade de capital, o montante gerado pela operação ativa com o montante gerado pela operação passiva, de mesmo prazo, expressando tal relação sob forma de taxa de juros.

Por outro lado, pela expressão (10), oriunda da expressão (9), obtém-se a relação existente entre as taxas de "del-credere" segundo as abordagens aditiva (absoluta) e multiplicativa (relativa), ou seja:

$$\boxed{DC_{21} = \frac{DC_{11}}{1 + i_C}} \quad (11)$$

Em outras palavras, poder-se-ia dizer, também, que a taxa de “del-credere” em termos relativos (DC_{21}) exprime, sob a forma de taxa de juros, a relação entre a margem absoluta de ganho (DC_{11}) obtida numa operação casada de captação/aplicação de recursos, por unidade de capital, e o montante ou resgate a ser pago por unidade de recursos captados.

Das expressões (2) e (3) anteriores, tem-se que:

$$(1 + i_A) = (1 + r_A) (1 + j) \quad (12)$$

$$(1 + i_C) = (1 + r_C) (1 + j) \quad (13)$$

Dividindo-se (12) por (13) e substituindo-se o resultado na expressão (9) tem-se outra expressão para DC_{21} , ou seja:

$$\boxed{DC_{21} = \frac{1 + r_A}{1 + r_C} - 1} \quad (14)$$

Ou então, a seguinte:

$$\boxed{DC_{21} = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C}} \quad (15)$$

2.2.2. Taxa de “Del-Credere” em Termos Reais (DC_{22})

Analogamente, por definição, tem-se:

$$\boxed{DC_{22} = \frac{1 + r_A}{1 + r_C} - 1} \quad (16)$$

$$\text{ou } \boxed{DC_{22} = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C}} \quad (17)$$

Em resumo, da **abordagem multiplicativa**, conclui-se que:

$$\begin{aligned} \text{(Taxa de } \textit{Del-credere} \text{ em} \\ \text{Termos Nominais)} &= DC_{21} = \frac{1 + i_A}{1 + i_C} - 1 = \frac{i_A - i_C}{1 + i_C} = \\ &= \frac{1 + r_A}{1 + r_C} - 1 = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(Taxa de } \textit{Del-credere} \text{ em} \\ \text{Termos Reais)} &= DC_{22} = \frac{1 + r_A}{1 + r_C} - 1 = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C} \end{aligned}$$

Isso implica dizer que, segundo essa abordagem, para um mesmo nível de inflação (j) estimada (no caso do cenário prefixado) e desde que sejam satisfeitas as expressões (2) e (3), ou seja,

$$i_A = (1 + r_A)(1 + j) - 1$$

$$i_C = (1 + r_C)(1 + j) - 1, \text{ tem-se:}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{(Taxa de } \textit{Del-credere} \text{ em} & & \text{(Taxa de } \textit{Del-credere} \text{ em} \\ \text{Termos Nominais)} & = & \text{Termos Reais)} \end{array}$$

$$\text{Isto é, } \boxed{DC_{21} = DC_{22}} \quad (18)$$

3. Exemplos de Casos Práticos Envolvendo “Del-Crederes” Compostos

A fim de tornar mais simples a compreensão dos problemas envolvendo “del-credere” compostos, propomos o exame de alguns casos práticos, ilustrados com dados numéricos, apresentados a seguir.

Exemplo I

Admitamos, a título de ilustração, que ocorram as seguintes operações casadas de captação e aplicação de recursos com prazo de 1 (um) ano, realizadas pelos Bancos referidos abaixo, sendo as taxas citadas expressas em termos reais:

Banco “A” — capta recursos a um custo efetivo (r_{Cm}) de 1,5% a.m. e os aplica integralmente à taxa efetiva (r_{Am}) de 2,0% ao mês.

Banco “B” — capta recursos a um custo efetivo (r_{Cm}) de 2,0% a.m. e os aplica integralmente à taxa efetiva (r_{Am}) de 2,5% ao mês.

Com base nesses dados vamos calcular os “del-credere” **mensal** e **anual** relativos a cada Banco, levando em conta, respectivamente, as abordagens **aditiva** e **multiplicativa**, comentando, sempre que oportuno, os resultados obtidos.

Solução:

a — **Abordagem Aditiva (ou Absoluta)**

a.1 — **Para o Banco “A”**

a.1.1 — **“Del-Credere” Mensal (DC_m)**

$$DC_m = r_{Am} - r_{Cm} = 2\% \text{ a.m.} - 1,5\% \text{ a.m.} = 0,5\% \text{ a.m.}$$

2.1.2 — **“Del-Credere” Anual Equivalente (DC_a)**

Chamando de r_{Aa} e r_{Ca} , respectivamente, as taxas efetivas anuais equivalentes às taxas mensais r_{Am} e r_{Cm} , de aplicação e de captação, podemos escrever que

$$DC_a = r_{Aa} - r_{Ca} = [(1 + r_{Am})^{12} - 1] - [(1 + r_{Cm})^{12} - 1]$$

$$\therefore \boxed{DC_a = (1 + r_{Am})^{12} - (1 + r_{Cm})^{12}} \quad (19)$$

Por outro lado, como $r_{Am} = r_{Cm} + DC_m$, tem-se

$$DC_a = (1 + r_{Cm} + DC_m)^{12} - (1 + r_{Cm})^{12} \quad (20)$$

Optando-se pela expressão (20) para substituir os dados numéricos deste Exemplo, teremos:

$$DC_a = (1 + 0,015 + 0,005)^{12} - (1 + 0,015)^{12}$$

$$\therefore DC_a = 0,072624 = 7,2624\% \text{ a.a.}$$

Comentário: — Conforme vimos, a taxa de “del-credere” mensal encontrada foi de 0,5% ao mês. Se transformássemos essa taxa mensal numa taxa anual equivalente pelo critério de transformação de taxas efetivas no regime de juros compostos, teríamos como resultado 6,1678% ao ano.

Isto é,

$$[(1,005)^{12} - 1] 100 = 6,1678\% \text{ a.a.}$$

No entanto, as expressões (19) e (20) demonstram que, segundo a abordagem aditiva, não se calcula a taxa de “del-credere” anual equivalente, em função da taxa do “del-credere” mensal, utilizando-se aquele critério. Observa-se, que nessa abordagem, o “del-credere” anual equivalente a 0,5% ao mês é 7,2624% a.a. e não 6,1678% a.a., como se poderia supor.

Nota-se, ainda, pela expressão (20), que dado um certo *spread* mensal (DC_m), o “del-credere” equivalente anual (DC_a) dependerá do valor do custo efetivo de captação mensal (r_{Cm}). Neste caso, quanto maior r_{Cm} , maior será o DC_a , o que se confirmará na análise do Banco “B”, a seguir.

Assim, na **abordagem aditiva**, convém repetir, não são válidas as equivalências financeiras abaixo, conforme o critério de transformação de taxas efetivas equivalentes no regime de juros compostos.

$$\begin{aligned} DC_a &= (1 + DC_m)^{12} - 1 \\ DC_m &= (1 + DC_a)^{1/12} - 1 \end{aligned}$$

a.2 — Para o Banco “B”

a.2.1 — “Del-Credere” Mensal (DC_m)

$$DC_m = r_{Am} - r_{Cm} = 2,5\% \text{ a.m.} - 2,0\% \text{ a.m.} = 0,5\% \text{ a.m.}$$

a.2.2 — “Del-Credere” Anual Equivalente (DC_a)

$$DC_a = [(1 + r_{Am})^{12} - (1 + r_{Cm})^{12}]$$

$$DC_a = [(1,025)^{12} - (1,02)^{12}] \cdot 100 = 7,6647\% \text{ a.a.}$$

Comentário: — Observa-se que tanto o Banco “A” quanto o Banco “B” têm o mesmo “del-credere” mensal (0,5% a.m.). No entanto, o *spread* anual equivalente deste último (7,6647% a.a.) — exatamente o Banco que tanto capta quanto aplica mais alto — é maior do que o primeiro, no caso, 7,2624% a.a. Por outro lado, é fácil verificar que, se no exemplo dado o prazo fosse inferior a um mês, o resultado se inverteria. Isto é, a taxa de “del-credere” por período inferior a um mês seria maior para o Banco “A”.

3.1.2. Abordagem Multiplicativa (ou Relativa)

3.1.2.1. para o Banco “A”

a) “Del-Credere” Mensal (DC_m)

De acordo com a expressão (16), podemos escrever que

$$DC_m = \frac{1 + r_{Am}}{1 + r_{Cm}} - 1$$

$$DC_m = \left[\frac{1,02}{1,015} - 1 \right] 100 = 0,4926\% \text{ a.m.}$$

b) "Del-Credere" Anual Equivalente (DC_a)

$$DC_a = \frac{1 + r_{Aa}}{1 + r_{Ca}} - 1$$

Entretanto, da equivalência de taxas tem-se,

$$1 + r_{Aa} = (1 + r_{Am})^{12}$$

$$1 + r_{Ca} = (1 + r_{Cm})^{12}$$

$$\frac{1 + r_{Aa}}{1 + r_{Ca}} - 1 = \left[\frac{1 + r_{Am}}{1 + r_{Cm}} \right]^{12} - 1$$

$$\therefore \boxed{DC_a = \left(\frac{1 + r_{Am}}{1 + r_{Cm}} \right)^{12} - 1} \quad (21)$$

$$\text{ou então, tendo em vista que } (1 + DC_m) = \frac{1 + r_{Am}}{1 + r_{Cm}}$$

$$\boxed{DC_a = (1 + DC_m)^{12} - 1} \quad (22)$$

Testando as expressões (21) e (22) com os dados numéricos do exemplo, teríamos:

$$\begin{aligned} DC_a &= \left(\frac{1 + r_{Am}}{1 + r_{Cm}} \right)^{12} - 1 = \left(\frac{1,02}{1,015} \right)^{12} - 1 = 0,06074 = \\ &= 6,074\% \text{ a.a.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DC_a &= (1 + DC_m)^{12} - 1 = (1,0004926)^{12} - 1 = \\ &= 0,06074 = 6,074\% \text{ a.a.} \end{aligned}$$

3.1.2.2. Para o Banco "B"

a) "Del-Credere" Mensal (DC_m)

$$DC_m = \left[\frac{1 + r_{Am}}{1 + r_{Cm}} - 1 \right] 100 = \left(\frac{1,025}{1,020} - 1 \right) 100 =$$

$$= 0,4902\% \text{ a.m.}$$

b) "Del-Credere" Anual Equivalente (DC_a)

$$DC_a = (1 + DC_m)^{12} - 1 = (1,004902)^{12} - 1 = 0,060436 = 6,0436\%$$

a.a.

Comentário: — Na abordagem multiplicativa (ou relativa) — ao contrário do que ocorre na abordagem aditiva (ou absoluta) — as taxas de "del-credere" equivalentes são obtidas através do mesmo critério usado para transformação de taxas equivalentes no regime de juros compostos, conforme demonstrado na expressão (22) retro. Ou seja, são válidas as equivalências abaixo ou similares:

$$DC_a = (1 + DC_m)^{12} - 1$$

$$DC_m = (1 + DC_a)^{1/12} - 1$$

No exemplo dado, sob a abordagem multiplicativa teríamos, em resumo, os seguintes resultados:

Bancos	Taxa de "Del-Credere"	
	Mensal	Anual
A	0,4926% a.m.	6,074% a.a.
B	0,4902% a.m.	6,0436% a.a.

Note-se que, ao contrário da abordagem aditiva, os “del-credere” mensais na abordagem multiplicativa não seriam iguais. No caso, o Banco “A” teria a maior taxa de “del-credere” tanto ao mês quanto ao ano. Além disso, se o prazo fosse inferior a um mês, continuaria o Banco “A” a ter o maior *spread*, evidentemente.

Ainda sobre as abordagens estudadas pode-se concluir, também, que, em cada uma delas, as taxas efetivas de juros na ponta da aplicação — expressas em função de um mesmo custo de captação de recursos e de uma certa taxa de *spread* desejada — podem ser obtidas através das expressões seguintes:

i) na abordagem aditiva

$$r_A = r_C + DC \quad (23)$$

ii) na abordagem multiplicativa

$$r'_A = (1 + r_C) (1 + DC) - 1 \quad (24)$$

Exemplificando:

Considerando-se um custo efetivo de captação (r_C) de 21% a.a., e um “del-credere” (DC) desejado de 4% a.a., ambos considerados em termos reais, as taxas efetivas de juros na ponta da aplicação segundo as abordagens **aditiva** e **multiplicativa** seriam, respectivamente:

$$r_A = 21\% \text{ a.a.} + 4\% \text{ a.a.} = 25\% \text{ a.a., na abordagem aditiva}$$

$$r'_A = [(1 + 0,21) (1 + 0,04) - 1] 100 = 25,84\% \text{ a.a., na abordagem multiplicativa.}$$

No caso, as taxas de aplicação são diferentes vez que a taxa de “del-credere”, embora a mesma (4%), foi definida apenas numericamente, sem definição segundo as abordagens citadas.

Apresenta-se, abaixo, um Quadro-Resumo de dados e resultados do Exemplo I, ora em análise.

Bancos	Custos Efetivos		Taxas Efetivas		“Del-Crederes” Equivalentes ⁽¹⁾			
	Equivalentes de		Equivalentes de					
	Captação		Aplicação		Abordagem		Abordagem	
	(1)		(1)		Aditiva		Multiplicativa	
	Mensal	Anual	Mensal	Anual	Mensal	Anual	Mensal	Anual
	% a.m.	% a.m.	% a.m.	% a.m.	% a.m.	% a.m.	% a.m.	% a.m.
“A”	1,50	19,5618	2,00	26,8242	0,50	7,2624	0,4926	6,074
“B”	2,00	26,8242	2,50	34,4889	0,50	7,6647	0,4902	6,0436

NOTA (1) — Taxas expressas em termos reais.

Ainda com relação aos dados do Exemplo I, convém salientar a relação existente entre as taxas de “del-credere”, em termos reais, segundo as duas abordagens estudadas. Com efeito, segundo as expressões (5) e (17) apresentadas anteriormente tem-se, respectivamente, o seguinte:

$$DC_{12} = r_A - r_C \dots\dots\dots(\text{na abordagem aditiva})$$

$$DC_{22} = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C} \dots\dots\dots(\text{na abordagem multiplicativa})$$

$$\therefore \boxed{DC_{22} = \frac{DC_{12}}{1 + r_C}} \quad (25)$$

Como no Exemplo I, tem-se, para o Banco “B”, $DC_{12} = 0,5\%$ a.m. e $r_C = 2\%$ a.m., isso implicaria a seguinte equivalência:

$$DC_{22} = \frac{0,05}{1,02} = 0,04902 = 4,902\% \text{ a.m.}, \text{ o que se confirma por}$$

cálculos anteriores, mostrados no Quadro-Resumo retro.

Outro aspecto que nos chama atenção na **abordagem multiplicativa** é o fato de as taxas de “del-credere” em termos nominais e reais serem numericamente iguais, conforme se mostrou na expressão (18).

A propósito, vimos anteriormente que

$$DC_{21} = \frac{i_A - i_C}{1 + i_C} = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C}$$

$$\text{e } DC_{22} = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C} \therefore DC_{22} = DC_{21}$$

Assim, tomando os dados do Exemplo I, com relação ao Banco “B”, tínhamos:

$$r_A = 2,50\% \text{ a.m.} \quad r_C = 2,0\% \text{ a.m.}$$

Em termos **reais**, teríamos a seguinte taxa de “del-credere”:

$$DC_{22} = \frac{0,025 - 0,02}{1,02} = 0,004902 = 0,4902\% \text{ a.m.}$$

Para calcularmos a taxa de “del-credere” em termos nominais vamos admitir uma taxa de inflação $j = 1\% \text{ a.m.}$, por exemplo.

Isto posto, teríamos:

$$i_A = (1 + r_A)(1 + j) - 1 = (1,025)(1,01) - 1 = 0,03525$$

$$i_C = (1 + r_C)(1 + j) - 1 = (1,02)(1,01) - 1 = 0,03020$$

$$DC_{12} = \frac{i_A - i_C}{1 + i_C} = \frac{0,03525 - 0,03020}{1,03020} = 0,004902$$

$$\therefore DC_{12} = DC_{22} = 0,4902\% \text{ ao mês.}$$

A título de ilustração, observando-se atentamente as expressões de cálculo das taxas de “del-credere” segundo a abordagem **multiplicativa** (relativa), tanto em termos nominais quanto em termos reais, ou seja,

$$DC_{21} = \frac{i_A - i_C}{1 + i_C} = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C} = DC_{22} \quad ,$$

nota-se, que a taxa de “del-credere” sob essa abordagem pode ser entendida, também, como sendo numericamente igual ao valor atual da margem operacional financeira ($r_A - r_C$ ou $i_A - i_C$), obtida numa operação casada de captação/aplicação, por unidade de capital, descontado ao custo de captação r_C , ou i_C .

Por fim, vale concluir, que os conceitos de taxas de “del-credere” segundo as abordagens (aditiva e multiplicativa) estudadas representam, na realidade, apenas referências em relação aos quais se expressam margens de ganhos das instituições financeiras sob a forma de taxa de juros. Entretanto, conforme visto, em assuntos envolvendo taxas de *spread*, é imprescindível que se torne transparente esse referencial de trabalho, determinando a abordagem que está em jogo, de modo a se ter um perfeito domínio da linguagem financeira que se está pondo em prática.

É ocioso dizer, também, que o conhecimento pleno desses conceitos e de suas implicações é da maior valia para as instituições financeiras, inclusive aquelas cuja grande massa de recursos é oriunda de repasses, onde o termo “del-credere” é uma figura freqüente nos convênios firmados ou a serem negociados.

Quanto ao problema de escolha entre a abordagem aditiva e a multiplicativa é uma questão de opção.

Entretanto, a nosso ver, a adoção da **abordagem multiplicativa** tem, pelo menos, duas vantagens sobre a **abordagem aditiva**, em termos de operacionalidade, conforme já referidas anteriormente:

- a) transformação de taxas de “del-credere” equivalentes segundo o mesmo critério utilizado para converter taxas efetivas equivalentes no regime de juros compostos;
- b) serem numericamente iguais às taxas de “del-credere” expressas em termos nominais e reais.

Exemplo II

Admitamos, agora, o caso de um Banco que realiza uma operação casada de captação/aplicação de recursos, com prazo de 180 dias, nas seguintes bases:

A captação é realizada através de um título privado prefixado com renda final (CDB/RDB), à taxa efetiva (i_C) de 20% ao ano.

O valor captado, Cz\$ 100 mil, por exemplo, é integralmente aplicado através de um empréstimo para capital de giro, à taxa (i_A) de 30% ao ano, devendo seu montante ser pago totalmente, de uma só vez, à mesma data do vencimento do depósito a prazo supracitado.

Para efeito de cálculo de taxas reais, com vistas a este exemplo, admite-se uma inflação esperada (j) de 15% a.a.

Com base nesses dados, calculemos os itens discriminados abaixo, comentando no final os resultados obtidos:

- a) as taxas de aplicação e de captação em termos reais, com base na expectativa de inflação referida;
- b) as taxas de “del-credere”, em termos nominais e reais, segundo as abordagens aditiva e multiplicativa;
- c) as expressões genéricas de cálculo do valor do resgate do empréstimo, em função do custo efetivo de captação, em termos nominais e reais, e dos respectivos *spreads* calculados anteriormente.

Solução — Dados: $i_A = 30\%$ a.a. $i_C = 20\%$ a.a. $j = 15\%$ a.a.

a — taxas reais de aplicação e de captação

$$r_A = \frac{i_A - j}{1 + j} = \frac{0,30 - 0,15}{1,15} = 0,1304 = 13,04\% \text{ a.a.}$$

$$r_C = \frac{i_C - j}{1 + j} = \frac{0,20 - 0,15}{1,15} = 0,0435 = 4,35\% \text{ a.a.}$$

b — taxas de “del-credere”

b.1 — abordagem aditiva

b.1.1 — Em termos nominais

$$DC_{11} = i_A - i_C = 0,30 - 0,20 = 0,10 = 10\% \text{ a.a.}$$

b.1.2 — Em termos reais

$$DC_{12} = r_A - r_C = 0,1304 - 0,0435 = 0,0869 = 8,69\% \text{ a.a.}$$

b.2 — abordagem multiplicativa

b.2.1 — Em termos nominais

$$DC_{21} = \frac{i_A - i_C}{1 + i_C} = \frac{DC_{11}}{1 + i_C} = \frac{0,10}{1,20} = 0,0833 = 8,33\% \text{ a.a.}$$

b.2.2 — Em termos reais

$$DC_{22} = \frac{r_A - r_C}{1 + r_C} = \frac{DC_{12}}{1 + r_C} = \frac{0,0869}{1,0435} = 0,0833 = 8,33\% \text{ a.a.}$$

Obs.: Nota-se a igualdade entre as taxas de *spread* real e nominal, na abordagem multiplicativa.

c — expressões de cálculo do valor de resgate do empréstimo

Como o empréstimo $P = \text{Cz\$ } 100 \text{ mil}$ foi pactuado à taxa **prefixada** $i_A = 30\% \text{ a.a.}$, pelo prazo $n = 180 \text{ dias}$, o valor do seu resgate, no vencimento, será dado por

$$S = P(1 + i_A)^{n/360} \quad (26)$$

cujo valor, com base nos dados do exemplo, será:

$$S = 100.000 (1,30)^{180/360} \cong \text{Cz\$ } 114.018$$

Vejamos agora as expressões genéricas desse resgate em função da taxa de captação e dos “del-crederes” calculados anteriormente.

c.1 — Abordagem Aditiva

c.1.1 — Com taxas expressas em termos nominais

vimos que $i_A = i_C + DC_{11}$

Como $S = P(1 + i_A)^{n/360}$, tem-se:

$$S = P(1 + i_C + DC_{11})^{n/360} \quad (27)$$

$$\therefore S = 100.000 (1 + 0,20 + 0,10)^{180/360} \cong \text{Cz\$ } 114.018$$

c.1.2 — Com taxas expressas em termos nominais

Tendo em vista que

$$(1 + i_A) = (1 + r_A) (1 + j) = (1 + r_C + DC_{12}) (1 + j)$$

e $S = P(1 + i_A)^{n/360}$, tem-se

$$S = P [(1 + r_C + DC_{12}) (1 + j)]^{n/360} \quad (28)$$

$$\therefore S = 100.000 [(1 + 0,0435 + 0,0869) (1,15)]^{180/360}$$

$$S = 100.000 (1,30)^{1/2} = \text{Cz\$ } 114.018$$

c.2 — Abordagem Multiplicativa

c.2.1 — Com taxas expressas em termos nominais

Pela expressão (9), vista anteriormente, tem-se que

$$DC_{21} = \frac{1 + i_A}{1 + i_C} - 1$$

$$\therefore (1 + i_A) = (1 + i_C) (1 + DC_{21})$$

Como $S = P(1 + i_A)^{n/360}$, tem-se:

$$S = P[(1 + i_C) (1 + DC_{21})]^{n/360} \quad (29)$$

$$\therefore S = 100.000 [(1,20) (1 + 0,0833)]^{180/360} \cong \text{Cz\$ } 114.018$$

c.2.2 — Com taxas expressas em termos reais

De acordo com a expressão (16), anterior, tem-se que

$$(1 + r_A) = (1 + r_C) (1 + DC_{22})$$

Por outro lado, sabe-se que, $(1 + i_A) = (1 + r_A) (1 + j)$

ou seja, $(1 + i_A) = (1 + r_C) (1 + DC_{22}) (1 + j)$

Como $S = P(1 + i_A)^{n/360}$, tem-se:

$$S = P [(1 + r_C) (1 + DC_{22}) (1 + j)]^{n/360} \quad (30)$$

$$S = 100.000 [(1 + 0,0435) (1 + 0,0833) (1,15)]^{180/360} \cong \\ \cong \text{Cz\$ } 114.018$$

Apresenta-se abaixo um Quadro-resumo de dados e resultados do Exemplo II.

Taxa Efetiva de Aplicação expressa em termos		Custo Efetivo de Captação expresso em termos		Taxas de “Del-Credere”			
				Abordagem Aditiva		Abordagem Multiplicativa	
Expressas em Termos							
Nominais (i_A)	Reais (r_A)	Nominais (i_C)	Reais (r_C)	Nominais DC_{11}	Reais DC_{12}	Nominais DC_{21}	Reais DC_{22}
30% a.a.	13,04% a.a.	20% a.a.	4,35% a.a.	10% a.a.	8,69% a.a.	8,33% a.a.	8,33% a.a.

Expressões Genéricas de Cálculo do Resgate (S) da Aplicação (P) em Função do Custo de Captação e do "Del-Credere"

Abordagem Aditiva	Abordagem Multiplicativa
Com taxas expressas em termos nominais	
$S = P (1 + i_C + DC_{11})^{n/360}$	$S = P [(1 + i_C) (1 + DC_{21})]^{n/360}$
Com taxas expressas em termos reais	
$S = P [(1 + r_C + DC_{12}) (1 + j)]^{n/360}$	$S = P [(1 + r_C) (1 + DC_{22}) (1 + j)]^{n/360}$

Comentário:

Neste exemplo foram dadas as taxas de aplicação ($i_A = 30\%$ a.a.) e de captação ($i_C = 20\%$ a.a.) definidas no cenário prefixado. É evidente que, se não houvesse inflação ($j = 0$), referidas taxas seriam reais.

No entanto, considerou-se embutida naquelas taxas de juro uma inflação esperada de 15% a.a., implicando, respectivamente, as taxas reais $r_A = 13,04\%$ a.a. e $r_C = 4,35\%$ ao ano.

Às taxas de aplicação (i_A) e de captação (i_C), expressas em termos nominais, correspondem as taxas de “del-credere” DC_{11} e DC_{21} , segundo as abordagens aditiva e multiplicativa, respectivamente. Analogamente, as taxas de *spread* DC_{12} e DC_{22} são obtidas em função das taxas de aplicação (r_A) e de captação (r_C), expressas em termos reais, de acordo com as abordagens citadas.

Na abordagem aditiva observa-se que $DC_{11} = DC_{12}$, somente se não houver inflação ($j = 0$), pois neste caso, $i_C = r_C$ e $i_A = r_A$.

Já na abordagem multiplicativa, tem-se $DC_{21} = DC_{22}$, mesmo que haja inflação ($j \cong 0$). Com efeito, vimos que, considerando $j = 15\%$ a.a., obtivemos $DC_{21} = DC_{22} = 8,33\%$ ao ano.

Assim, neste Exemplo II, se o Banco adotasse a abordagem multiplicativa como referencial de sua taxa de *spread*, esta seria de $8,33\%$ ao ano, refletindo sua margem operacional tanto em termos nominais quanto em termos reais. Ademais, se assim procedesse — ao contrário da abordagem aditiva —, poderia converter aquela taxa de “del-credere” anual ($8,33\%$ a.a.) em outras equivalentes ($0,669\%$ a.m.; $4,082\%$ a.s.) valendo-se do mesmo critério de transformação de taxas efetivas equivalentes no regime de juros compostos.

Exemplo III

Antes do Plano de Estabilização da Economia, lançado através do Decreto-lei nº 2.283, de 27.02.86, nos financiamentos amparados pelo Programa de Apoio às Microempresas (PROMICRO) a taxa efetiva de juros cobrada na ponta da aplicação era de $8,8\%$ ao mês, prefixada, sem correção monetária.

Por sua vez, o referido Programa estabelecia para o Agente Financeiro, repassador dos recursos do BNDES, uma taxa de “del-credere” de 3% ao ano, já incluída na taxa de juros, segundo as normas da época.

Com base nesses dados procuraremos analisar, através de algumas hipóteses, as influências das definições das taxas de “del-credere” na determinação do custo de captação desses recursos de repasse para o Agente Financeiro. Por questão de simplificação, não serão consideradas nesta análise as influências do PASEP e do FINSOCIAL, que serão objeto do Exemplo IV mostrado adiante.

Como estamos diante de um cenário prefixado, independente de correção monetária pós-fixada, o “del-credere” de 3% a.a., estabelecido à época para o PROMICRO, poderia ser enquadrado, alternativamente, nas abordagens aditiva ou multiplicativa, não se descartando, também, a hipótese de seu enquadramento numa abordagem “mista”, oriunda da combinação das abordagens aditiva e multiplicativa, conforme será mostrada a seguir.

1ª Hipótese — Abordagem Aditiva/Cenário Prefixado

Dados $DC_{11} = DC_a = 3\%$ a.a. e $i_{Am} = 8,8\%$ a.m., o problema consiste em se determinar o custo efetivo mensal dos recursos de repasse, i_{Cm} .

Da expressão (20), anterior, deduz-se que

$$i_{Cm} = [(1 + i_{Am})^{12} - DC_a]^{1/12} - 1$$

$$i_{Cm} = [(1 + 0,088)^{12} - 0,03]^{1/12} - 1 = 0,0870064$$

$$i_{Cm} = 8,70064\% \text{ a.m.}$$

A taxa de “del-credere” mensal seria, portanto,

$$DC_m = i_{Am} - i_{Cm} = 8,8\% \text{ a.m.} - 8,70064\% \text{ a.m.} = 0,0994\% \text{ a.m.,}$$

Sendo financeiramente equivalente a 3% a.a., caso este tivesse sido definido segundo a abordagem aditiva.

Com efeito, lembrando o Exemplo I, teríamos:

$$i_{Aa} = (1 + i_{Am})^{12} - 1 = (1,088)^{12} - 1 = 175,14\% \text{ a.a.}$$

$$i_{Ca} = (1 + i_{Cm})^{12} - 1 = (1,0870064)^{12} - 1 = 172,14\% \text{ a.a.}$$

$$\therefore DC_a = i_{Aa} - i_{Ca} = 175,14\% \text{ a.a.} - 172,14\% \text{ a.a.} = 3\% \text{ a.a.}$$

2ª Hipótese — Abordagem Multiplicativa/Cenário Prefixado

No caso, teríamos: $DC_{21} = DC'_a = 3\% \text{ a.a.}$ e $i_{Am} = 8,8\% \text{ a.m.}$

Conforme visto anteriormente tem-se que

$$DC'_m = (1 + DC'_a)^{1/12} - 1$$

$$\therefore 1 + DC'_m = (1 + DC'_a)^{1/12}$$

Por outro lado, por definição, é sabido que

$$1 + DC'_m = \frac{1 + i_{Am}}{1 + i_{Cm}}, \text{ implicando,}$$

$$\frac{1 + i_{Am}}{1 + i_{Cm}} = (1 + DC'_a)^{1/12},$$

donde se obtém a expressão abaixo,

$$i_{Cm} = \frac{1 + i_{Am}}{(1 + DC'_a)^{1/12}} - 1$$

Substituindo-se os dados numéricos nesta expressão, tem-se:

$$i_{Cm} = \frac{1 + 0,088}{(1 + 0,03)^{1/12}} - 1 = 0,085323 = 8,5323\% \text{ a.m.},$$

que seria o custo efetivo mensal dos recursos de repasse se a taxa de “del-credere” (3% a.a.) fosse definida segundo a abordagem multiplicativa.

Conseqüentemente, o *spread* mensal seria obtido por:

$$DC'_m = \frac{1 + i_{Am}}{1 + i_{Cm}} - 1 = \frac{1,088}{1,085323} - 1 = 0,002467$$

$\therefore DC'_m = 0,2467\% \text{ a.m.}$, financeiramente equivalente ao “del-credere” anual de 3% ao ano.

Sem dúvida, teríamos:

$$DC'_a = (1 + DC'_m)^{12} - 1 = [(1,002467)^{12} - 1]100 = 3\% \text{ a.a.}$$

3ª Hipótese — Abordagem “Mista”/Cenário Prefixado

Sob esta hipótese, supõe-se que o custo efetivo mensal de captação dos recursos de repasse seja determinado da seguinte maneira:

- i) transforma-se a taxa de “del-credere” anual ($DC_a = 3\% \text{ a.a.}$) numa taxa de “del-credere” mensal equivalente (DC_m) conforme o critério de conversão de taxas efetivas equivalentes no regime de juros compostos. Isto é,

$$DC_m = (1 + DC_a)^{1/12} - 1$$

$$DC_m = (1,03)^{1/12} - 1 = 0,002466 = 0,2466\% \text{ a.m.}$$

Note-se que isso é válido quando se define a taxa de “del-credere” segundo a **abordagem multiplicativa**.

- ii) calculada a taxa de “del-credere” mensal ($DC_m = 0,2466\% \text{ a.m.}$), pelo critério acima, subtrai-se esta da taxa de aplicação mensal ($i_{Am} = 8,8\% \text{ a.m.}$) a fim de determinar o custo mensal i_{Cm} , conforme se faz na **abordagem aditiva**. Ou seja,

$$i_{Cm} = i_{Am} - DC_m$$

$$i_{Cm} = 8,8\% \text{ a.m.} - 0,24663\% \text{ a.m.} = 8,55337\% \text{ a.m.}$$

Observa-se nessa 3a. hipótese, que as “regras” nela estabelecidas servem apenas de base para a determinação do custo efetivo **mensal** de captação ($i_{Cm} = 8,55337\% \text{ a.m.}$), uma vez que a taxa efetiva **mensal** de aplicação ($i_{Am} = 8,8\% \text{ a.m.}$) já estava perfeitamente definida.

Assim, em termos anuais, teríamos as seguintes taxas efetivas anuais equivalentes:

$$i_{Aa} = (1,088)^{12} - 1 = 175,13557\% \text{ a.a.}$$

$$i_{Ca} = (1,085537)^{12} - 1 = 167,75375\% \text{ a.a.}$$

Como as taxas efetivas de aplicação e de captação são os parâmetros básicos para o cálculo da taxa de “del-credere”, tanto na abordagem aditiva quanto na multiplicativa, temos agora, nessa 3a. hipótese, condição de calcular taxas equivalentes de “del-credere”, em termos mensais e anuais, por exemplo, de acordo com a abordagem adotada para a definição daquela taxa de *spread*.

Desse modo, segundo a **abordagem aditiva** teríamos as seguintes taxas equivalentes de “del-credere”:

$$DC_m = 8,8\% \text{ a.m.} - 8,55337\% \text{ a.m.} = 0,24663\% \text{ a.m.}$$

$$DC_a = 175,13557\% \text{ a.a.} - 167,75375\% \text{ a.a.} = 7,38182\% \text{ a.a.}$$

Analogamente, se a **abordagem** adotada fosse a **multiplicativa**, teríamos:

$$DC_m = \frac{1,088}{1,0855337} - 1 = 0,22720\% \text{ a.m.}$$

$DC_a = (1,002272)^{12} - 1 = 2,76073\% \text{ a.a.} \cong 2,76\% \text{ a.a.}$, ou então, em função das taxas efetivas anuais de captação e de aplicação calculadas:

$$DC_a = \frac{1 + 1,7513557}{1 + 1,6775375} - 1 \cong 2,76\% \text{ a.a.}$$

Apresentamos abaixo um quadro com o resumo dos resultados obtidos na análise desta 3a. Hipótese. Nele, se apresentam as taxas efetivas equivalentes de "del-credere", calculadas com base nas taxas efetivas de captação e de aplicação obtidas de acordo com as "regras" estabelecidas na citada hipótese, segundo as abordagens aditiva e multiplicativa. Observa-se, também, que em nenhuma das abordagens adotadas a taxa de "del-credere" anual coincide com a taxa "contratual" de 3% ao ano. Esta última, conforme visto, serviu apenas como instrumento, dentro das "regras estabelecidas", para a determinação do custo efetivo mensal de captação (i_{Cm}) que, juntamente com a taxa efetiva mensal de aplicação (i_{Am}), estabeleceram os parâmetros básicos para o cálculo das taxas de "del-credere".

3a Hipótese Abordagem "Mista"	Taxa Efetiva de Aplicação (i_A)		Custo Efetivo de Captação (i_C)		Taxa de "Del-Credere" Equivalente	
	Mensal	Anual	Mensal	Anual	Mensal	Anual
	% a.m.	% a.a.	% a.m.	% a.a.	% a.m.	% a.a.
. Adotando-se a Abordagem Aditiva para cálculo do "Del-Credere"						
	8,80	175,13557	8,55337	167,75375	0,24663	7,38182
. Adotando-se a Abordagem Multiplicativa para cálculo do "Del-Credere"						
	8,80	175,13557	8,55337	167,75375	0,22720	2,76073

4: Hipótese — “Abordagem FINAME”

Em geral, nos contratos celebrados com o BNDES/FINAME, a taxa **anual** da ponta da aplicação (i_{Aa}), a taxa de “del-credere” **anual** (DC_a) do Agente Financeiro e o custo **anual** de captação dos recursos de repasse (i_{Ca}), ou seja, os encargos do Agente Financeiro para com o BNDES (juros da FINAME), são definidos, em **termos anuais**, segundo uma abordagem aditiva. Isto é:

$$i_{Aa} = i_{Ca} + DC_a \quad \therefore \quad i_{Ca} = i_{Aa} - DC_a$$

Com base nos dados do Exemplo III, teríamos:

$$i_{Aa} = 175,13557\% \text{ a.a. e } DC_a = 3\% \text{ a.a.}$$

$$\therefore i_{Ca} = 175,13557\% \text{ a.a.} - 3\% \text{ a.a.} = 172,13557\% \text{ a.a.}$$

Entretanto, se em termos de **taxas anuais** a FINAME adota uma abordagem aditiva, em **termos mensais** a determinação dos encargos totais (i_{Am}), dos juros da FINAME (i_{Cm}) e da comissão do Agente (DC_m), não se rege pelos princípios que norteiam aquela abordagem aditiva.

Com efeito, para a determinação das taxas mensais referidas, segundo o critério adotado pela FINAME, procede-se da seguinte maneira:

a) Cálculo dos Encargos Totais (i_{Am})

$$i_{Am} = (1 + i_{Aa})^{1/12} - 1 = (1 + 1,751356)^{1/12} - 1 = 8,8\% \text{ a.m.}$$

b) Cálculo dos Juros da FINAME (i_{Cm})

$$i_{Cm} = \left(\frac{i_{Ca}}{i_{Ca} + DC_a} \right) \cdot i_{Am} = \left(\frac{i_{Ca}}{i_{Aa}} \right) \cdot i_{Am}$$

$$\therefore i_{Cm} = \left(\frac{172,1356\% \text{ a.a.}}{175,1356\% \text{ a.a.}} \right) \times 8,8\% \text{ a.m.} = 8,64926\% \text{ a.m.}$$

c) **Cálculo da Comissão do Agente (DC_m)**

$$DC_m = \left(\frac{DC_a}{i_{Ca} + DC_a} \right) \cdot i_{Am} = \left(\frac{DC_a}{i_{Aa}} \right) \cdot i_{Am}$$

$$\therefore DC_m = \left(\frac{3\% \text{ a.a.}}{175,1356\% \text{ a.a.}} \right) 8,8\% \text{ a.m.} = 0,15074\% \text{ a.m.}$$

Isto posto, em termos mensais, teríamos:

$$i_{Am} = 8,8\% \text{ a.m.}$$

$$i_{Cm} = 8,64926\% \text{ a.m.}$$

$$DC_m = 0,15074\% \text{ a.m.}$$

Muito embora o critério adotado pela FINAME não se enquadre na abordagem aditiva pura, conforme mostrado na 1a. Hipótese, constata-se que, segundo aquele critério,

$$i_{Am} = i_{Cm} + DC_m, \text{ pois:}$$

$$8,8\% \text{ a.m.} = 8,64926\% \text{ a.m.} + 0,15074\% \text{ a.m.}$$

Observando-se o critério de distribuição dos encargos mensais da FINAME, tem-se que

$$i_{Cm} + DC_m = \left[\left(\frac{i_{Ca}}{i_{Aa}} \right) + \left(\frac{DC_a}{i_{Aa}} \right) \right] i_{Am}$$

$$\therefore i_{Cm} + DC_m = \left(\frac{i_{Ca} + DC_a}{i_{Aa}} \right) i_{Am}$$

Como, por definição, tem-se $i_{Ca} + DC_a = i_{Aa}$, isso implica,

$$i_{Cm} + DC_m = \left(\frac{i_{Aa}}{i_{Aa}} \right) \cdot i_{Am}$$

$$\therefore i_{Cm} + DC_m = i_{Am}$$

Como os encargos totais, bem como os decorrentes de sua distribuição, são exigidos mensalmente, teremos as seguintes taxas anuais equivalentes:

$$i_{Aa} = (1,088)^{12} - 1 = 175,13557\% \text{ a.a.}$$

$$i_{Ca} = (1,0864926)^{12} - 1 = 170,59594\% \text{ a.a.}$$

Observa-se que, em termos de taxa de aplicação, a taxa anual (175,13557% a.a.), equivalente a 8,8% a.m., coincide com a taxa “contratual”.

No entanto, em termos de custo de captação, isso não ocorre. Com efeito, o custo efetivo de captação mensal, definido segundo as “regras” da FINAME, é $i_{Cm} = 8,64926\% \text{ a.m.}$, que é o custo propriamente dito, pois, será de acordo com essa taxa que o Agente Financeiro remunerará a FINAME.

O custo anual equivalente, portanto, será $i_{Ca} = 170,59594\% \text{ a.a.}$, diferente do custo anual “contratual”, $i_A = 172,1356\% \text{ ao ano}$.

Desse modo, a determinação da taxa de “del-credere”, compatível com as taxas efetivas de aplicação (8,8% a.m. ou 175,13557% a.a.) e de captação (8,64926% a.m. ou 170,59594% a.a.), dependerá da abordagem a ser adotada na definição daquela taxa de *spread*.

Isto posto, considerando-se a **abordagem aditiva** teríamos as seguintes taxas efetivas equivalentes de “del-credere”:

$$DC'_m = 8,8\% \text{ a.m.} - 8,64926\% \text{ a.m.} = 0,15074\% \text{ a.m.}$$

$$DC''_a = 175,13557\% \text{ a.a.} - 170,59594\% \text{ a.a.} = 4,53963\% \text{ a.a.}$$

Pelos resultados acima observa-se que a taxa de “del-credere” mensal (0,15074% a.m.) coincide com a taxa calculada de acordo com as “regras” da FINAME. Já a taxa de “del-credere” anual equivalente, nessa abordagem aditiva (4,53963% a.a.), não coincide com a “taxa contratual” da FINAME, de 3% ao ano.

Analogamente, caso a abordagem adotada, respeitadas ainda as regras da FINAME, fosse a multiplicativa, teríamos as seguintes taxas efetivas equivalentes de “del-credere”:

$$DC''_m = \frac{1 + i_{Am}}{1 + i_{Cm}} - 1 = \frac{1,088}{1,0864926} - 1 = 0,13874\% \text{ a.m.}$$

$$DC''_a = (1 + DC''_m)^{12} - 1 = (1,0013874)^{12} - 1 = \\ = 1,67764\% \text{ a.a.}$$

Vale salientar que, embora as taxas de “del-credere” obtidas acima, segundo as abordagens aditiva e multiplicativa, representem apenas referenciais, nota-se que, em cada uma das abordagens citadas, existe equivalência financeira entre as taxas de *spread* mensal e anual.

Evidentemente, isso ocorre porque parte-se do princípio de que realmente há equivalência financeira entre os custos efetivos de captação mensal e anual e entre as taxas efetivas de aplicação mensal e anual, além do fato de se considerar as taxas de captação e de aplicação citadas como as variáveis que definem a taxa de “del-credere”, tanto na abordagem aditiva quanto na multiplicativa.

Chama-se atenção para a compreensão desses conceitos tendo em vista, inclusive, que será sobre a taxa efetiva de aplicação — que reflete a receita total unitária — e sobre a taxa efetiva de *spread*, no caso dado pela diferença entre a taxa efetiva de aplicação e a taxa efetiva (custo) de captação — que exprime o ganho unitário —, que incidirão, respectivamente, os percentuais de recolhimentos destinados ao PASEP e ao FINSOCIAL, conforme será mostrado adiante, no Exemplo IV.

Apresentamos a seguir um quadro com o resumo dos resultados obtidos na análise desta 4a. Hipótese — “Abordagem FINAME”. Nele, as taxas efetivas de captação e de aplicação foram obtidas segundo as “regras” da FINAME, com base nos dados do Exemplo III. Já as taxas equivalentes de “del-credere” foram obtidas com base nas taxas de captação e de aplicação referidas, segundo as abordagens aditiva e multiplicativa.

4: Hipótese Abordagem "FINAME"	Taxa Efetiva de Aplicação (i_A)		Custo Efetivo de Captação (i_C)		Taxa de "Del-Credere" Equivalente	
	Mensal	Anual	Mensal	Anual	Mensal	Anual
	% a.m.	% a.a.	% a.m.	% a.a.	% a.m.	% a.a.
Adotando-se a Abordagem Aditiva para cálculo do "Spread"	8,8	175,13557	8,64926	170,59594	0,15074	4,53963
Adotando-se a Abordagem Multiplicativa para cálculo do "Spread"	8,8	175,13557	8,64926	170,59594	0,13874	1,67764

Comentário

Examinando-se o Quadro-Resumo apresentado, observa-se que, em termos de custo da captação, tem-se a seguinte ordem crescente de classificação, sendo o menor deles o da 2a. Hipótese — Abordagem Multiplicativa e o maior o da 1a. Hipótese — Abordagem Aditiva:

Custo de Captação

8,5323% a.m.
8,5534% a.m.
8,6493% a.m.
8,7006% a.m.

Hipóteses

2a. — Abordagem Multiplicativa
3a. — Abordagem Mista
4a. — Abordagem FINAME
1a. — Abordagem Aditiva

Tendo em vista que, tanto na 3a. Hipótese ("Mista") como na 4a. Hipótese ("FINAME"), o cálculo da taxa de "del-credere" é feito, alternativamente, segundo as abordagens aditiva e multiplicativa e que a taxa efetiva de aplicação (8,8% a.m.) é a mesma para todas as hipóteses, convém apresentar os quadros abaixo para compreender melhor a relação dessa ordenação de custos de captação com os "del-credere" correspondentes:

Por fim, apresentamos, abaixo, um QUADRO-RESUMO de dados e resultados relativos às hipóteses analisadas no Exemplo III.

Discriminação	Taxas Efetivas Equivalentes de Aplicação		Custos Efetivos Equivalentes de Captação (2)		Taxas Efetivas Equivalentes de "Del-Credere" (3)		Taxa de "Del-Credere" "Contratual"
	Mensal % a.m.(1)	Anual % a.a.	Mensal % a.m.	Anual % a.a.	Mensal % a.m.	Anual % a.a.	% a.a. (1)
1a. Hipótese Abordagem Aditiva	8,80	175,1356	8,7006	172,1343	0,0994	3,00	3,00
2a. Hipótese Abordagem Multiplicativa	8,80	175,1356	8,5323	167,1210	0,2467	3,00	3,00
3a. Hipótese — Abordagem "Mista": — Adotando Abordagem Aditiva para cálculo do "Del-Credere"	8,80	175,1356	8,5534	167,7538	0,2466	7,3818	3,0
— Adotando Abordagem Multipli- cativa para cálculo do "Del-Credere"	8,80	175,1356	8,5534	167,7538	0,2272	2,7607	3,0
4a. Hipótese — "Abordagem FINAME": — Adotando Abordagem Aditiva para cálculo do "Del-Credere"	8,80	175,1356	8,6493	170,5959	0,1507	4,5396	3,0
— Adotando Abordagem Multipli- cativa para cálculo do "Del-Credere"	8,80	175,1356	8,6493	170,5959	0,1387	1,6776	3,0

NOTAS: (1) Dados básicos do PROMICRO, antes de 27.02.86, utilizados no Exemplo III.

(2) Calculados segundo as "regras" estabelecidas em cada hipótese.

(3) Calculadas em função da taxa efetiva de aplicação e do custo de captação, de acordo com a abordagem adotada para a definição da taxa de "del-credere".

No QUADRO 1 estão todas as hipóteses cujas taxas de "del-credere" foram calculadas segundo a **abordagem multiplicativa**.

Observa-se que, quanto menor o custo de captação, maior a taxa de "del-credere", vez que a taxa de aplicação é constante.

QUADRO 1

Discriminação	Custo de Captação		Taxa de "Del-Credere"	
	Mensal % a.m.	Anual % a.a.	Mensal % a.m.	Anual % a.a.
Abordagem Multiplicativa	8,5323	167,1210	0,2467	3,00
Abordagem "Mista" com "Del-Credere" calculado segundo Abordagem Multiplicativa	8,5534	167,7538	0,2272	2,7607
Abordagem "FINAME" com "Del-Credere" calculado segundo Abordagem Multiplicativa	8,6493	170,5959	0,1387	1,6776

QUADRO 2

Discriminação	Custo de Captação		Taxa de "Del-Credere"	
	Mensal % a.m.	Anual % a.a.	Mensal % a.m.	Anual % a.a.
Abordagem "Mista" com "Del-Credere" calculado segundo Abordagem Aditiva	8,5534	167,7538	0,2466	7,3818
Abordagem "FINAME" com "Del-Credere" calculado segundo Abordagem Aditiva	8,6493	170,5959	0,1507	4,5396
Abordagem Aditiva	8,7006	172,1343	0,0994	3,0000

Por sua vez, no QUADRO 2 estão todas as hipóteses cujas taxas de “del-credere” foram calculadas segundo a **abordagem aditiva**. Observa-se, também, no referido quadro, que as taxas de “del-credere” diminuem à medida que aumenta o custo de captação, mantendo a mesma coerência observada no QUADRO 1.

Vale lembrar que, para um mesmo custo de captação e uma mesma taxa de aplicação, as taxas de “del-credere” obtidas, respectivamente, nos QUADROS 1 e 2, servem apenas como referenciais.

Por exemplo, considerando a “Abordagem FINAME”, cujo custo de captação mensal é de 8,6493% a.m. e a taxa de aplicação de 8,8% a.m., tem-se, de acordo com o QUADRO 2, uma taxa de “del-credere” de 4,5396% a.a., enquanto que, no QUADRO 1, aquela taxa é de 1,6776% a.a. Não significaria dizer que se estaria “ganhando mais” se na “abordagem FINAME” a taxa de “del-credere” fosse calculada segundo a abordagem aditiva (4,5396% a.a.) em vez da abordagem multiplicativa (1,6776% a.a.)

Finalizando, devemos observar que, embora o cenário deste Exemplo III seja de taxas prefixadas, que já embutem a inflação, quando se adota a abordagem multiplicativa para a definição da taxa de “del-credere”, esta será numericamente igual tanto em termos nominais quanto em termos reais.

Com efeito, admitindo-se uma taxa de inflação média mensal de 15% a.m. — vigente pouco antes da “Era do Cruzado”, e utilizando-se os dados da 4a. hipótese (Abordagem — FINAME/Multiplicativa), teríamos:

$$i_{Cm} = 8,64926\% \text{ a.m.} \quad i_{Am} = 8,8\% \text{ a.m.}, \quad j = 15\% \text{ a.m.}$$

$$r_{Am} = \frac{i_{Am} - j}{1 + j} = \frac{0,088 - 0,15}{1,15} = - 5,39130\% \text{ a.m.}$$

$$r_{Cm} = \frac{i_{Cm} - j}{1 + j} = \frac{0,0864926 - 0,15}{1,15} = - 5,52238\% \text{ a.m.}$$

$$DC_m = \frac{1 + r_{Am}}{1 + r_{Cm}} - 1 = \frac{1 - 0,0539130}{1 - 0,0552238} - 1$$

$$DC_m = 0,13874\% \text{ a.m.}$$

$$\therefore DC_a = (1,0013874)^{12} - 1 = 1,6776\% \text{ a.a.}$$

Como se observa, a taxa de “del-credere” acima, calculada em função das taxas de aplicação e de captação expressas em termos reais, é numericamente igual à taxa de “del-credere” obtida em função das taxas de aplicação e de captação expressas em termos nominais, constante do QUADRO I. Essa particularidade não ocorre na abordagem aditiva, conforme referido anteriormente.

Pelo exposto, é ocioso prolongarmo-nos em comentários adicionais sobre a importância que uma perfeita definição para as taxas de “del-credere” assume para as instituições financeiras.

3.4. EXEMPLO IV

Neste exemplo procura-se analisar, de modo sumário, os efeitos produzidos pelos recolhimentos destinados ao PASEP e ao FINSOCIAL na determinação das taxas de “del-credere” de uma operação típica de repasse com recursos da FINAME.

Como é sabido, tais recolhimentos reduzem a rentabilidade efetiva (taxa de retorno) da operação ativa realizada pelo Agente Financeiro e, conseqüentemente, sua taxa efetiva de “del-credere”, uma vez que são calculados nas seguintes bases:

PASEP — 0,8% sobre a receita (bruta) contábil (juros e correção monetária, inclusive).

FINSOCIAL — 0,5% sobre o “del-credere”, no caso, entendido como a diferença entre as receitas da aplicação (operação ativa) e as despesas da captação (operação passiva).

No modelo simplificado a ser apresentado, desprezaremos o fato de o valor referente ao PASEP ser calculado sobre a receita contábil (bruta) do 6.^o mês anterior ao recolhimento, e o referente ao FINSOCIAL incidir sobre o “del-credere” recebido no mês imediatamente anterior ao do recolhimento citado.

Visando a ilustrar a pretensa análise com dados numéricos, consideraremos um financiamento com recursos da FINAME, em moeda estável (OTN, por exemplo), cujas taxas básicas de encargos, definidas no cenário pós-fixado, são as seguintes:

- . taxa anual de juros da FINAME = $r_{ca} = 1,0\%$ a.a.
- . taxa anual de “del-credere” do Agente = $DC_a = 3,0\%$ a.a.
- . taxa anual de encargos totais = $r'_{Aa} = 4,0\%$ a.a.

De acordo com o “contrato”, tem-se:

$$r'_{Aa} = r_{ca} + DC_a$$

$$\text{ou } DC_a = r'_{Aa} - r_{ca}$$

Conforme visto no Exemplo III, essas **taxas anuais** seriam transformadas em **taxas mensais** do seguinte modo:

a) **Encargos Totais** (r'_{Am})

$$r'_{Am} = (1 + r'_{Aa})^{1/12} - 1 = (1,04)^{1/12} - 1 = 0,32737\% \text{ a.m.}$$

b) **Juros da FINAME** ($r'_{cm} =$ custo de captação do Agente)

$$r'_{cm} = \left(\frac{r_{ca}}{r'_{Aa}} \right) \quad r'_{Am} = \left(\frac{1\% \text{ a.a.}}{4\% \text{ a.a.}} \right) \quad 0,32737\% \text{ a.m.}$$

$$\therefore r'_{cm} = 0,08184\% \text{ a.m.}$$

c) **Comissão do Agente** ($DC'_m =$ “Del-Credere” do Agente)

$$DC'_m = \left(\frac{DC_a}{r'_{Aa}} \right) \quad r'_{Am} = \left(\frac{3\% \text{ a.a.}}{4\% \text{ a.a.}} \right) \quad 0,32737\% \text{ a.m.}$$

$$\therefore DC'_m = 0,24553\% \text{ a.m.}$$

Observe-se que:

$$r'_{Am} = r'_{cm} + DC'_m, \text{ pois,}$$

$$r'_{cm} = 0,08184\% \text{ a.m.}$$

$$DC'_m = 0,24553\% \text{ a.m.}$$

$$r'_{Am} = 0,32737\% \text{ a.m.}$$

Observa-se que a taxa efetiva mensal de aplicação, $r'_{Am} = 0,32737\% \text{ a.m.}$, é financeiramente equivalente à taxa anual do “contrato”, no caso $4\% \text{ a.a.}$

Entretanto, não se observa tal equivalência financeira com relação às taxas de captação mensal e anual.

Com efeito, como a taxa de juros que o Agente repassador deverá pagar à FINAME é, efetivamente, $r'_{cm} = 0,08184\% \text{ a.m.}$, o custo anual equivalente será $r'_{ca} = (1,0008184)^{12} - 1 = 0,98651\% \text{ a.a.}$, inferior, portanto, à taxa “contratual” $r_{ca} = 1,0\% \text{ a.a.}$

Conseqüentemente, a taxa efetiva mensal de “del-credere”, $DC'_m = (r'_{Am} - r'_{cm}) = 0,24553\% \text{ a.m.}$, na forma calculada pela FINAME, não é financeiramente equivalente ao *spread* anual “contratual”, no caso, $DC_a = (r'_{Aa} - r_{ca}) = 3\% \text{ a.a.}$

Desse modo, mantidas as “regras” da FINAME e considerando-se o cálculo da taxa de “del-credere” em função das taxas efetivas de aplicação e de captação segundo a **abordagem aditiva**, a taxa efetiva anual de “del-credere” equivalente a $DC'_m = 0,24553\% \text{ a.m.}$ seria obtida por:

$$DC'_a = r'_{Aa} - r'_{ca} = 4\% \text{ a.a.} - 0,98651\% \text{ a.a.}$$

$\therefore DC'_a = 3,01349\% \text{ a.a.}$, superior ao *del-credere* “contratual” $DC_a = 3\% \text{ a.a.}$, preconizado pela FINAME.

Analogamente, se fosse considerada a **abordagem multiplicativa**, mantidas as “regras” da FINAME, teríamos as seguintes taxas de “del-credere”:

$$DC^*_m = \frac{1 + r'_{Am}}{1 + r'_{Cm}} - 1 = \frac{1 - 1,0032737}{1 - 1,0008184} - 1 = 0,24533\% \text{ a.m.}$$

$$\text{e } DC^*_a = (1 + DC^*_m)^{12} - 1 = (1,0024533)^{12} - 1 = 2,98401\% \text{ a.a.}$$

Assim, ainda sem considerar os efeitos do PASEP e do FINSOCIAL, teríamos os seguintes resultados mostrados no QUADRO 3, abaixo:

QUADRO 3
Sem os efeitos do PASEP/FINSOCIAL

Discriminação	Taxas Efetivas Equivalentes de Aplicação		Custos Efetivos Equivalentes		Taxas Efetivas Equivalentes de "Del-Credere"		Taxas "Contratuais" de "Del-Credere"	
	Mensal	Anual	Mensal	Anual	Mensal	Anual	Mensal	Anual
	% a.m.	% a.a.	% a.m.	% a.a.	% a.m.	% a.a.	% a.m.	% a.a.
Abordagem Aditiva	0,32737	4,00	0,08184	0,98651	0,24553 (1)	3,01349	0,24553 (1)	3,00
Abordagem Multiplicativa	0,32737	4,00	0,08184	0,98651	0,24533 (2)	2,98401	0,24553 (1)	3,00

NOTAS: (1) $DC'_m = (r'_{Am} - r'_{cm})$;

(2) $DC^*_m = (r'_{Am} - r'_{cm}) / (1 + r'_{cm})$

3.4.1. Cálculo da Taxa de *Del-Credere* "Resultante" Considerando-se os Efeitos do PASEP e do FINSOCIAL

Para uma melhor compreensão do modelo, apresentamos, a seguir, os perfis financeiros das operações passiva (captação) e ativa (aplicação) realizadas pelo Agente repassador dos recursos da FINAME, representados sob a forma de diagramas de fluxos de caixa. Antes, porém, apresentamos, abaixo, o dicionário de variáveis (notações) utilizadas.

P = valor da captação = valor da aplicação, em moeda corrente (Cz\$ 1,00), na data — 0

S_c = montante da captação (P), na data — 1, em moeda corrente;

CM = taxa mensal de correção monetária dada pela variação das OTN, considerada aqui, para efeitos práticos, idêntica à taxa de inflação, expressa em decimal.

r'_{cm} = custo efetivo mensal de captação (taxa efetiva mensal de juros da FINAME), expresso em termos reais (do tipo-pós, acima da correção/inflação), em decimal. Neste exemplo tem-se $r'_{cm} = 0,08184\%$ ao mês.

$i'_{cm} = [(1 + CM)(1 + r'_{cm}) - 1]$ = custo efetivo mensal, expresso em termos nominais (já embutida a correção/inflação), em decimal.

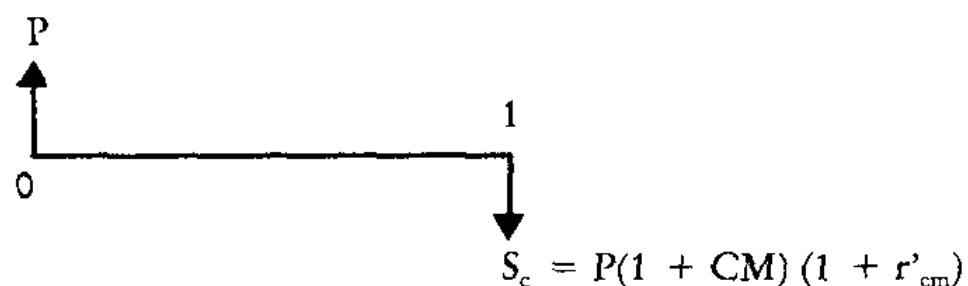
r'_{Am} = taxa efetiva mensal na ponta da aplicação expressa em termos reais, em decimal. Nesse exemplo, $r_{Am} = 0,32737\%$ a.m.

$i'_{Am} = [(1 + CM)(1 + r_{Am}) - 1]$ = taxa efetiva mensal na ponta da aplicação, expressa em termos nominais.

S_A = montante da aplicação (P), na data — 1, em moeda corrente.

Perfil da Captação (Operação Passiva)

Em Moeda Corrente (Cz\$ 1,00)



Para efeito deste exemplo consideraremos uma taxa de correção monetária mensal $CM = 1,17149\%$ a.m., equivalente a uma correção/inflação anual de 15% ao ano.

Assim, o custo efetivo mensal de captação dos recursos de repasse, expresso em termos nominais (i'_{cm}), será dado por:

$$i'_{cm} = \frac{S_c}{P} - 1 = \frac{P(1 + CM)(1 + r'_{cm})}{P} - 1$$

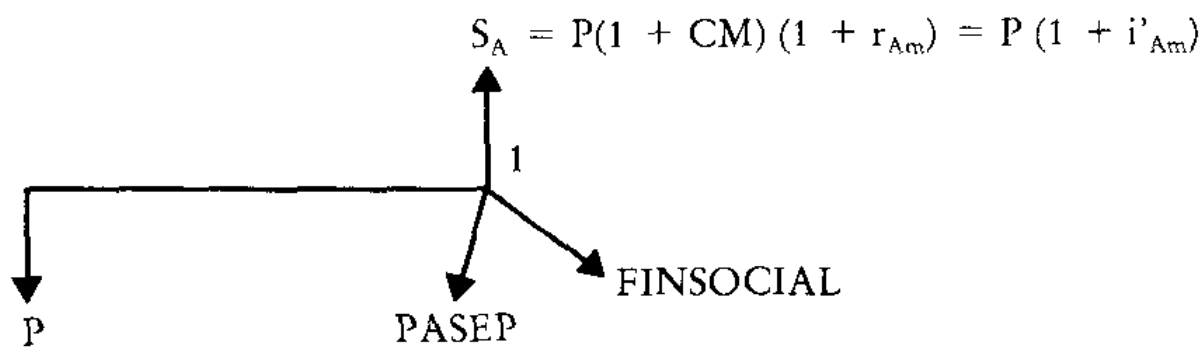
$$\therefore i'_{cm} = (1 + CM)(1 + r'_{cm}) - 1 = (1 + CM)r'_{cm} + CM$$

$$\therefore i'_{cm} = (1,0117149)(1,0008184) - 1$$

$$\therefore i'_{cm} = 1,25429\% \text{ a.m., equivalente a } i'_{ca} = 16,13448\% \text{ a.a.}$$

Perfil da Aplicação (Operação Ativa)

Em Moeda Corrente



$$\begin{aligned} \text{Receita Bruta (total)} &= P \cdot i'_{Am} = P[(1 + CM)(1 + r'_{Am}) - 1] = \\ &= P[(1 + CM)r'_{Am} + CM] \end{aligned}$$

$$\text{PASEP} = 0,008 (Pi_{Am}) = 0,008 P[(1 + CM)r'_{Am} + CM]$$

$$\text{FINSOCIAL} = 0,005 P(i'_{Am} - i'_{cm}) = 0,005 P(1 + CM)(r'_{Am} - r'_{cm})$$

Denominando-se de i''_{Am} a taxa efetiva mensal de rentabilidade (TIR) dessa operação ativa, expressa em termos nominais, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} i''_{Am} &= \frac{\text{Receita Total} - \text{PASEP} - \text{FINSOCIAL}}{P} \\ \therefore i''_{Am} &= \frac{P \cdot i'_{Am} - 0,008 P i'_{Am} - 0,005 P(i'_{Am} - i'_{cm})}{P} \end{aligned}$$

$$\therefore \quad i''_{Am} = 0,992 i'_{Am} - 0,005 (i'_{Am} - i'_{cm}) \quad (I)$$

Tendo em vista que $i'_{Am} = i'_{cm} + DC''_m$, pelo critério da FINAME, onde $DC''_m = (i'_A - i'_c)$, tem-se

$$i''_{Am} = 0,992 (i'_{cm} + DC''_m) - 0,005 DC''_m$$

$$i''_{Am} = 0,987 DC''_m + 0,992 i'_{cm} \quad (II)$$

$$\text{ou} \quad i''_{Am} = 0,987 (i'_{Am} - i'_{cm}) + 0,992 i'_{cm} \quad (II)'$$

$$\text{Como } i'_{cm} = (1 + CM) (1 + r'_{cm}) - 1 = (1 + CM)r'_{cm} + CM$$

e $(i'_{Am} - i'_{cm}) = (1 + CM) (r'_{Am} - r'_{cm}) = (1 + CM) DC_m$, tem-se, substituindo em (II)', o seguinte:

$$i''_{Am} = 0,987 (1 + CM) (r'_{Am} - r'_{cm}) + 0,992 [(1 + CM) r'_{cm} + CM] \quad (III)$$

ou

$$i''_{Am} = 0,987(1 + CM)DC'_m + 0,992 [(1 + CM) (1 + r'_{cm}) - 1] \quad (III)'$$

As expressões (I), (II) e (II)' dão a taxa efetiva mensal de **rentabilidade** (i''_{Am}), expressa em termos nominais, em função das taxas efetivas mensais de aplicação (i'_{Am}) e de captação (i'_{cm}), também expressas em termos nominais.

Já as expressões (III) e (III)' fornecem aquela **rentabilidade** (i''_{Am}) em função das taxas efetivas mensais de aplicação (r'_{Am}) e de captação (r'_{cm}) expressas em termos reais, vez que consideramos a correção monetária refletindo a inflação.

Vale salientar que a taxa de rentabilidade (i''_{Am}) é inferior à taxa de aplicação (i'_{Am}) em função dos "efeitos redutores" do PASEP/FINSO-CIAL. Analogamente, teremos que $r''_{Am} < r'_{Am}$, pelos mesmos motivos.

Por outro lado, tendo em vista que

$i''_{Am} = (1 + CM)(1 + r''_{Am}) - 1 = (1 + CM)r''_{Am} + CM$, substituindo a expressão supra em (II)', obtém-se:

$$(1 + CM)r''_{Am} + CM = 0,987(i'_{Am} - i'_{cm}) + 0,992 i'_{cm}$$

$$\therefore \boxed{r''_{Am} = \frac{0,987(i'_{Am} - i'_{cm}) + 0,992 i'_{cm}}{(1 + CM)}} \quad (IV)$$

$$\text{ou} \quad \boxed{r''_{Am} = \frac{0,987 DC''_m + 0,992 i'_{cm}}{(1 + CM)}} \quad (IV)'$$

Pela expressão (IV) verifica-se, também, que

$$r''_{Am} = \frac{0,987(1 + CM)(r'_{Am} - r'_{cm}) + 0,992 [(1 + CM)r'_{cm} + CM] - CM}{(1 + CM)}$$

$$\therefore \quad r''_{Am} = 0,987 (r'_{Am} - r'_{cm}) + 0,992 r'_{cm} - \frac{0,008 \text{ CM}}{1 + \text{CM}} \quad (V)$$

$$\text{ou} \quad r''_{Am} = 0,987 \text{DC}'_m + 0,992 r'_{cm} - \frac{0,008 \text{ CM}}{1 + \text{CM}} \quad (V)'$$

Observa-se que a expressão (IV) dá a taxa efetiva mensal de **rentabilidade** (r''_{Am}), expressa em termos reais, em função das taxas efetivas mensais de aplicação (i'_{Am}) e de captação (i'_{cm}) expressa em termos nominais.

Já a expressão (V), ou sua equivalente (V)', fornecem aquela taxa de **rentabilidade** (r''_{Am}) em função das taxas efetivas de aplicação (r'_{Am}) e de captação (r'_{cm}) definidas no cenário pós-fixado, em termos reais.

Evidentemente, $r''_{Am} < r'_{Am}$ em face dos "efeitos redutores" do PASEP/FINSOCIAL.

Em função dos dados numéricos deste Exemplo — IV, onde se tem,

$$r'_{Am} = 0,32737\% \text{ a.m.}$$

$$r'_{cm} = 0,08184\% \text{ a.m.}$$

$$\text{DC}'_m = (r'_{Am} - r'_{cm}) = 0,24553\% \text{ a.m.} \quad \text{e} \quad \text{CM} = 1,17149\% \text{ a.m.,}$$

as expressões (III)' e (V)' se afiguram como as mais adequadas para o cálculo das taxas de **rentabilidade** (i''_{Am}) e (r''_{Am}), cuja consistência testaremos a seguir.

Assim, pela expressão (III)', teríamos:

$$i''_{Am} = 0,987 (1 + \text{CM}) \text{DC}''_m + 0,992[(1 + \text{CM})(1 + r'_{cm}) - 1]$$

$$\therefore i''_{Am} = 0,987 (1,0117149) (0,0024553) + \\ + 0,992 [(1,0117149)(1,0008184) - 1]$$

$\therefore i''_{Am} = 1,48943\%$ a.m., que é a taxa efetiva mensal de rentabilidade expressa em termos nominais.

Pela expressão (V)', teríamos:

$$r''_{Am} = 0,987 DC'_m + 0,992 r'_{cm} - \frac{0,008 CM}{1 + CM}$$

$$r''_{Am} = 0,987 (0,0024553) + 0,992 (0,0008184) - \frac{(0,008)(0,0117149)}{1,0117149}$$

$$\therefore r''_{Am} = 0,31426\% \text{ a.m.} < r'_{Am} = 0,32737\% \text{ a.m.}$$

Verifica-se, também, que

$$i''_{Am} = (1 + CM) (1 + r''_{Am}) - 1$$

$$\therefore i''_{Am} = (1,0117149) (1,0031426) - 1 = 1,48943\% \text{ a.m.}$$

Como a taxa de aplicação, $i'_{Am} = (1 + CM) (1 + r'_{Am}) - 1$

$$i'_{Am} = (1,0117149) (1,0032737) - 1 = 1,50270\% \text{ a.m.,}$$

Verifica-se que, em face dos “efeitos redutores” do PASEP/FIN-SOCIAL,

$$i''_{Am} = 1,48943\% \text{ a.m.} < i'_{Am} = 1,50270\% \text{ a.m.}$$

3.4.1.1. Cálculo da taxa de “Del-Credere” “Resultante”

Conhecida a taxa efetiva mensal de **rentabilidade** (r''_{Am} ou i''_{Am}) da operação ativa (aplicação) — obtida levando-se em conta os “efeitos redutores” do PASEP/FINSOCIAL — e o custo efetivo mensal (r'_{cm} ou i'_{cm}) da operação passiva (captação), pode-se calcular, dependendo da abordagem que se quiser adotar, a taxa efetiva mensal do *del-credere* “resultante”, ou seja, aquela que leva em conta os “efeitos redutores” acima citados.

a) Segundo a Abordagem Aditiva

Tanto para esta abordagem quanto para a multiplicativa, as variáveis básicas para o cálculo da taxa de *del-credere* “resultante” serão:

$$r''_{am} = 0,31426\% \text{ a.m. e } r'_{cm} = 0,08184\% \text{ a.m., ou}$$

$$i''_{am} = 1,48943\% \text{ a.m. e } i'_{cm} = 1,25429\% \text{ a.m.}$$

$$\therefore (DCR)_m = (r''_{am} - r'_{cm}) = 0,31426\% \text{ a.m.} - 0,08184\% \text{ a.m.}$$

$$\therefore (DCR)_m = 0,23242\% \text{ a.m.} = \text{taxa efetiva mensal de } del-credere \text{ “resultante”, expressa em termos reais.}$$

$$(DCR)'_m = (i''_{am} - i'_{cm}) = 1,48943\% \text{ a.m.} - 1,25429\% \text{ a.m.}$$

$$\therefore (DCR)'_m = 0,23514\% \text{ a.m.} = \text{taxa efetiva mensal de } del-credere \text{ “resultante”, expressa em termos nominais.}$$

Observe-se que,

$$(DCR)'_m = (1 + CM) (DCR)_m$$

$$\therefore (DCR)'_m = (1,0117149) (0,0023242) = 0,23514\% \text{ a.m.}$$

Em termos anuais equivalentes, segundo essa abordagem aditiva, teríamos:

$$(DCR)_a = (1 + r''_{am})^{12} - (1 + r'_{cm})^{12}$$

$$\therefore (DCR)_a = (1,0031426)^{12} - (1,0008184)^{12}$$

$$\therefore (DCR)_a = 2,85048\% \text{ a.m., taxa efetiva anual de } del-credere \text{ “resultante” expressa em termos reais.}$$

Analogamente,

$$(DCR)'_a = (1 + i''_{am})^{12} - (1 + i'_{cm})^{12}$$

$$\therefore (DCR)'_a = (1,0148943)^{12} - (1,0125429)^{12}$$

$\therefore (DCR)'_a = 3,27801\% \text{ a.a.}$, taxa efetiva de *del-credere* “resultante”, expressa em termos nominais.

Vimos, anteriormente, que a taxa “contratual” do *del-credere* da FINAME expressa sob a forma de taxa pós-fixada é

$$DC_a = 3\% \text{ a.a.} = r'_{Aa} - r_{Ca} = 4\% \text{ a.a.} - 1\% \text{ a.a.}$$

De acordo com a sistemática de cálculo adotada pela FINAME, também mostrada anteriormente, a taxa efetiva mensal de “del-credere”, de acordo com aquela sistemática de cálculo, e sem considerar os efeitos do PASEP/FINSOCIAL é

$$DC'_m = (r'_{Am} - r'_{cm}) = 0,24553\% \text{ a.m.}$$

Assim, considerando-se os “efeitos redutores” do PASEP/FINSOCIAL e adotando-se a abordagem aditiva, teríamos, em termos reais:

$$(DCR)_m = 0,23242\% \text{ a.m.} < DC'_m = 0,24553\% \text{ a.m.}$$

$$(DCR)_a = 2,85048\% \text{ a.a.} < DC_a = 3\% \text{ a.a.} = \text{taxa “contratual”}.$$

b) Segundo a Abordagem Multiplicativa

Segundo essa abordagem, teríamos as seguintes taxas mensais de *del-credere* “resultantes”:

$$(DC'R)_m = \frac{r'_{Am} - r'_{cm}}{1 + r'_{cm}} = \frac{0,0023242}{1,0008184} = 0,23223\% \text{ a.m. em termos reais}$$

$$(DC'R)'_m = \frac{i'_{am} - i'_{cm}}{1 + i'_{cm}} = \frac{0,0023514}{1,0125429} = 0,23223\% \text{ a.m., em termos nominais}$$

$$\therefore (DC'R)'_m = (DC'R)_m = 0,23223\% \text{ a.m.}$$

Conforme mostrado anteriormente, na **abordagem multiplicativa** a taxa de “del-credere” expressa em termos reais é numericamente igual àquela taxa expressa em termos nominais.

Ademais, naquela abordagem multiplicativa — ao contrário do que ocorre na abordagem aditiva — pode-se calcular a taxa efetiva anual de “del-credere” equivalente através da seguinte identidade:

$$(DC'R)'_a = (DC'R)_a = [1 + (DCR)_m]^{12} - 1$$

$\therefore (DC'R)'_a = (DC'R)_a = (1,0023223)^{12} - 1 = 2,82263\% \text{ a.a.}$,
taxa expressa tanto em termos nominais quanto em termos reais.

3.4.1.2. Taxas de *Del-Credere* “Resultante”: Expressões Genéricas

a) — Segundo a Abordagem Aditiva

Reportando-nos à expressão (V)', deduzida anteriormente, tem-se:

$$r''_{Am} = 0,987 DC'_m + 0,992 r'_{cm} - \frac{0,008 CM}{1 + CM}$$

Subtraindo-se r'_{cm} de ambos os membros da equação supra, obtém-se

$$(r''_{Am} - r'_{cm}) = 0,987 DC'_m + 0,992 r'_{cm} - \frac{0,008 CM}{1 + CM} - r'_{cm}$$

$$\therefore (r''_{Am} - r'_{cm}) = 0,987 DC'_m - \frac{0,008 [(1 + CM)r'_{cm} + CM]}{1 + CM}$$

$$\therefore \boxed{(r''_{Am} - r'_{cm}) = 0,987 DC'_m - \frac{0,008 [(1 + CM)(1 + r'_{cm}) - 1]}{1 + CM}} \quad (VI)$$

ou

$$(DCR)_m = 0,987 DC'_m - \frac{0,008 [(1 + CM) (1 + r'_{cm}) - 1]}{1 + CM} \quad (VI)'$$

Testando a expressão (VI)', teríamos:

$$(DCR)_m = 0,987(0,0024553) - \frac{0,008 [(1,0117149) (1,0008184) - 1]}{1,0117149}$$

$\therefore (DCR)_m = 0,23242\%$ a.m., em termos reais.

b) Segundo a Abordagem Multiplicativa

$$(DC'R)_m = \frac{r''_{Am} - r'_{cm}}{1 + r'_{cm}} = \frac{(DCR)_m}{1 + r'_{cm}}$$

$$(DC'R)_m = \frac{1}{1 + r'_{cm}} \left\{ 0,987 DC'_m - \frac{[0,008 (1 + CM) (1 + r'_{cm}) - 1]}{1 + CM} \right\}$$

$$\therefore (DC'R)_m = \frac{0,987 DC'_m}{(1 + r'_{cm})} - 0,008 \left[1 - \frac{1}{(1 + CM) (1 + r'_{cm})} \right] \quad (VII)$$

$$\therefore (DC'R)_m = \frac{0,987 DC'_m}{1 + r'_{cm}} - 0,008 \left[\frac{(1 + CM) (1 + r'_{cm}) - 1}{(1 + CM) (1 + r'_{cm})} \right] \quad (VII)'$$

Testando a expressão (VII) acima, teríamos:

$$(DC'R)_m = \frac{0,987(0,0024553)}{1,0008184} - 0,008 \left[1 - \frac{1}{(1,0117149)(1,0008184)} \right]$$

$\therefore (DC'R)_m = 0,23223\%$ a.m., tanto em termos reais quanto em termos nominais, em face da abordagem multiplicativa.

3.4.1.3. Taxa de *Del-Credere* “Mínima” da FINAME

Conforme visto anteriormente, pode-se expressar a taxa de *del-credere* “resultante” — aquela que leva em conta os efeitos “redutores” do PASEP e do FINSOCIAL — segundo os referenciais das abordagens aditiva e multiplicativa. Entretanto, tendo em vista que a sistemática de cálculo adotada pela FINAME, embora não se enquadre numa abordagem aditiva pura, muito a ela se assemelha, utilizaremos esta última abordagem para uma rápida análise sobre a sua taxa de *del-credere* “mínima”.

Considerando-se, pois, a abordagem aditiva na definição da taxa efetiva mensal de *del-credere* “resultante”, pode-se escrever que

$$(DCR)_m = (r''_{Am} - r'_{cm}) = 0,987 DC'_m - \frac{0,008 [(1 + CM)r'_{cm} + CM]}{1 + CM}$$

$$\text{onde } DC'_m = (r'_{Am} - r'_{cm}) = \left[\frac{DC_a}{r_{ca} + DC_a} \right] [(1 + r_{ca} + DC_a)^{1/12} - 1]$$

Note-se que DC'_m representa a taxa efetiva mensal de “del-credere” da FINAME, sendo obtida em função das taxas anuais “contratuais” r_{ca} e DC_a , segundo as “regras estabelecidas”.

A condição de “ponto de equilíbrio” é obtida quando a rentabilidade efetiva (r''_{Am}) da operação ativa (aplicação) — reduzida pelos efeitos do PASEP/FINSOCIAL — for igual ao custo efetivo (r'_{cm}) de captação (operação passiva). Isto é, quando $(DCR)_m = 0$

Por sua vez, sob essa condição de equilíbrio, tem-se $DC'_m = DC'_m$ (MIN)

Isto posto, tem-se:

$$0,987 \text{ DC}'_{\text{m}(\text{MIN})} - \frac{0,008 [(1 + \text{CM}) r'_{\text{cm}} + \text{CM}]}{1 + \text{CM}} = 0$$

$$\therefore \boxed{\text{DC}'_{\text{m}(\text{MIN})} = \frac{8}{987} \left(r'_{\text{cm}} + \frac{\text{CM}}{1 + \text{CM}} \right)} \quad (\text{VIII})$$

Como pela sistemática de distribuição de encargos mensais da FINAME tem-se,

$$r'_{\text{cm}} = \left[\frac{r_{\text{ca}}}{r_{\text{ca}} + \text{DC}_a} \right] [(1 + r_{\text{ca}} + \text{DC}_a)^{1/12} - 1],$$

Substituindo em (VIII) obtém-se:

$$\boxed{\text{DC}'_{\text{m}(\text{MIN})} = \frac{8}{987} \left\{ \left[\frac{r_{\text{ca}}}{r_{\text{ca}} + \text{DC}_a} \right] [(1 + r_{\text{ca}} + \text{DC}_a)^{1/12} - 1] + \frac{\text{CM}}{1 + \text{CM}} \right\}} \quad (\text{IX})$$

A expressão acima fornece a taxa efetiva mensal “mínima” de *del-cre-dere* da FINAME, em função de suas taxas anuais “contratuais” básicas, r_{ca} e DC_a , e da taxa de correção monetária mensal CM.

Com base nos dados deste Exemplo IV, onde, $r_{\text{ca}} = 1\%$ a.a., $\text{DC}_a = 3\%$ a.a. e $\text{CM} = 1,17149\%$ a.m., teríamos:

$$\text{DC}'_{\text{m}(\text{MIN})} = \frac{8}{987} \left\{ \left(\frac{0,01}{0,01 + 0,03} \right) [(1 + 0,01 + 0,03)^{1/12} - 1] + \frac{0,0117149}{1,0117149} \right\}$$

$$\therefore DC'_{m(\text{MIN})} = 0,01005\% \text{ ao mês.}$$

Por outro lado, chamando de DC'_a a taxa efetiva **anual** de “del-credere”, equivalente à taxa **mensal** DC'_m , tem-se:

$$DC'_a = (1 + r'_{Am})^{12} - (1 + r'_{cm})^{12}$$

$$\therefore DC'_a = (1 + r'_{cm} + DC'_{m(\text{MIN})})^{12} - (1 + r'_{cm})^{12} \quad (\text{X})$$

Na expressão **supra**, porém, se

$$DC'_{m(\text{MIN})} = DC'_{m(\text{MIN})} \quad \text{implica} \quad DC'_{a(\text{MIN})} = DC'_{a(\text{MIN})}$$

Isto posto, pode-se escrever que:

$$DC'_{a(\text{MIN})} = (1 + r'_{cm} + DC'_{m(\text{MIN})})^{12} - (1 + r'_{cm})^{12} \quad (\text{XI})$$

Substituindo em (XI) os dados deste Exemplo, ou seja, $r'_{cm} = 0,08184\% \text{ a.m.}$ e $DC'_{m(\text{MIN})} = 0,01005\% \text{ a.m.}$, obtém-se:

$$DC'_{a(\text{MIN})} = (1,0008184 + 0,0001005)^{12} - (1,0008184)^{12}$$

$$\therefore DC'_{a(\text{MIN})} = 0,12176\% \text{ ao mês, que é a taxa efetiva anual de } del\text{-}credere$$

“mínima” da FINAME equivalente à taxa “mínima” mensal de 0,01005% ao mês.

Como pode haver interesse em se saber qual a taxa de “del-credere” anual “contratual” **mínima**, a partir da taxa de juros anual $r_{ca} = 1\% \text{ a.a.}$, também “contratual”, podemos escrever o seguinte:

$$DC'_a = r'_{Aa} - r'_{ca}$$

como $r'_{Aa} = r_{ca} + DC_a$, pelas “regras” da FINAME, tem-se:

$$DC'_a = r_{ca} + DC_a - r'_{ca}$$

$$\therefore \boxed{DC'_a = DC_a + r_{ca} - r'_{ca}} \quad (XII)$$

A expressão (XII), acima, mostra que a taxa **efetiva** anual de “del-credere” (DC'_a) é superior à taxa anual de *del-credere* “contratual” (DC_a). Daquela expressão podemos escrever também que

$$\boxed{DC_a = DC'_a + r'_{ca} - r_{ca}} \quad (XIII)$$

Pela expressão (XIII) tem-se que,

$$\text{se } DC'_a = DC'_{a(\text{MIN})} \text{ implica } DC_a = DC_{a(\text{MIN})}$$

Isto é,

$$\boxed{DC_{a(\text{MIN})} = DC'_{a(\text{MIN})} + r'_{ca} - r_{ca}} \quad (XIV)$$

A expressão (XIV) dá, portanto, a taxa de *del-credere* anual “contratual” **mínima** da FINAME em função da taxa **efetiva** anual de “del-credere” **mínima**, do custo **efetivo** anual de captação (r'_{ca}) e do custo anual “contratual” (r_{ca}).

Substituindo-se na expressão (XIV),

$$DC'_a = 0,12176\% \text{ a.a.}, \quad r_{ca} = 1,0\% \text{ a.a.} \quad e \\ (\text{MIN})$$

$$r'_{ca} = (1 + r'_{cm})^{12} - 1 = (1,0008184)^{12} - 1 = 0,98651\% \text{ a.a.},$$

tem-se:

$$DC_a = 0,12176\% \text{ a.a.} + 0,98651\% \text{ a.a.} - 1\% \text{ a.a.} \\ (\text{MIN})$$

$\therefore DC_a = 0,10827\%$ ao ano, que seria a taxa anual de *del-credere* (MIN) “contratual” mínima da FINAME.

Assim, se a FINAME, por hipótese, estipulasse seus juros anuais (contratuais) $r_{ca} = 1\%$ a.a. e uma taxa de “del-credere” anual (contratual) $DC_a = 0,10827\%$ ao ano, significaria dizer que a taxa efetiva de *del-credere* “resultante” do Agente Financeiro, aquela que leva em conta os “efeitos redutores” provocados pelo PASEP/FINSOCIAL, seria nula.

Apresentamos abaixo o resumo de dados e resultados deste Exemplo IV:

1. Taxas Anuais “Contratuais” da FINAME

- . Juros Anuais da FINAME = $r_{ca} = 1,0\%$ a.a.
- . Taxa de “Del-Credere” do Agente = $DC_a = 3,0\%$ a.a.
- . Taxa de Encargos Totais = $r'_{Aa} = 4,0\%$ a.a.

2. Taxas Efetivas Equivalentes

Discriminação	Taxas Efetivas Equivalentes	
	Mensal % a.m. (1)	Anual % a.a. (2)
. Encargos Efetivos Totais	$r'_{Am} = 0,32737$	$r'_{Aa} = 4,00000$
. Juros Efetivos da FINAME	$r'_{cm} = 0,08184$	$r'_{ca} = 0,98651$
. “Del-Credere” do Agente	$DC'_m = 0,24553$	$DC'_a = 3,01349$

NOTAS:

- (1) Calculadas de acordo com a sistemática de cálculo da FINAME, em função das taxas anuais “contratuais”, ou seja:

$$r'_{Am} = (1 + r'_{Aa})^{1/12} - 1 = [(1 + r_{ca} + DC_a)^{1/12} - 1]$$

$$r'_{cm} = \left(\frac{r_{ca}}{r_{ca} + DC_a} \right) \cdot r'_{Am} = \left[\frac{r_{ca}}{r_{ca} + DC_a} \right] [(1 + r_{ca} + DC + a)^{1/12} - 1]$$

$$DC'_m = \left(\frac{DC_a}{r_{ca} + DC_a} \right) \cdot r'_{Am} = \left[\frac{DC_a}{r_{ca} + DC_a} \right] [(1 + r_{ca} + DC + a)^{1/12} - 1]$$

$$\text{Tal que } r'_{Aa} = r_{ca} + DC_a \text{ e } r'_{Am} = r'_{cm} + DC'_m$$

(2) A taxa de “del-credere” anual foi obtida segundo a abordagem aditiva, ou seja:

$$DC'_a = r'_{Aa} - r'_{cm} = (1 + r'_{Am})^{12} - (1 + r'_{cm})^{12}$$

3. Influências dos Efeitos Redutores do PASEP/FINSOCIAL

3.1. Taxa Efetiva de *Del-Credere* “Resultante”

Discriminação	Taxas Efetivas Equivalentes (1)	
	Mensal % a.m. (1)	Anual % a.a. (2)
. Rentabilidade Efetiva da Operação Ativa	$r''_{Am} = 0,31426$ (2)	$r''_{Aa} = 3,83699$
. Custo Efetivo da Operação Passiva	$r'_{cm} = 0,08184$	$r'_{ca} = 0,98651$
. <i>Del-Credere</i> Efetivo “Resultante” (3)	$(DCR)_m = 0,23242$ (2)	$(DCR)_a = 2,85048$

NOTAS:

(1) Acima da correção monetária, do tipo pós-fixada.

(2) Para uma correção monetária estimada em 1,17149% a.m., equivalente a 15% a.a.

(3) Taxas de “del-credere” obtidas segundo a abordagem aditiva.

3.2 — Taxas de “Del-Credere” “Mínimas” da FINAME⁽¹⁾

$$\text{. Taxa Efetiva “Mínima” Mensal} = DC'_m = 0,01005\% \text{ a.m.} \\ (\text{MIN})$$

$$\text{. Taxa Efetiva “Mínima” Anual} = DC'_a = 0,12176\% \text{ a.a.} \\ (\text{MIN})$$

$$\text{. Taxa Contratual “Mínima” Anual} = DC_a = 0,10827\% \text{ a.a.} \\ (\text{MIN})$$

Nota: (1) Obtidas em função de $r_{\text{a}} = 1\% \text{ a.a.}$ e uma correção monetária mensal estimada $CM = 1,17149\% \text{ a.m.}$, equivalente a $15\% \text{ a.a.}$

Abstract: They define "del-credere" or "spread" normally, as being the limit of gain or of commission paid by the difference between the effective rate of financial duties practiced at the end of the application and the effective cost of resource capitation, expressed under the form of tax rates. There is another definition which classifies the "del-credere" rate according to a multiplicative approach of relative or rather, the referred rate is given according to the relation between the value of the ransom of a unitary application and the value of the ransom of a unitary capitation in a certain period of time. Before Act 2.283 of 02.27.86, they should consider, in the present study, the after-fixed scenery and the pre-fixed ones. In face, however, of that Act, that banished (with rare exceptions) the monetary correction of the sectors of capitation and application of resources, the former approachings today are restrict to the pre-fixed scenery.