

Convergência em Renda Implica Convergência em Desigualdade e Pobreza? Um Estudo para Minas Gerais

RESUMO

Constata que a partir de Solow, os modelos propõem analisar os fatores que determinam o crescimento da renda *per capita* de uma economia, bem como a proposição de convergência ou a formação de clubes de convergência entre as regiões e países. Pressupõe que as medidas de desigualdade e pobreza dependem da distribuição de renda e que um processo de convergência é caracterizado por uma mudança específica da distribuição. A partir daí, questiona se esta mudança é suficiente para gerar convergência em desigualdade e em pobreza. Assim, o artigo analisa empiricamente se convergência em renda implica convergência em desigualdade e pobreza, usando o método de Cadeias de Markov para o caso discreto, a partir das informações municipais dos censos de 1991 e 2000 para o Estado de Minas Gerais. O índice de desigualdade não apresenta sensibilidade à convergência, embora não se rejeite a hipótese de formação de clubes de convergência em renda *per capita* e em pobreza para municípios e mesorregiões. A evidência empírica aponta que a ocorrência de convergência de renda *per capita* entre municípios não é suficiente para uma melhoria na distribuição de desigualdade de renda interna entre os mesmos.

PALAVRAS-CHAVE:

Convergência. Desigualdade. Pobreza. Cadeias de Markov.

Márcio Antônio Salvato

- Doutor em Economia pela EPGE-Fundação Getúlio Vargas (FGV/RJ);
- Professor do IBMEC-MG.

Jonathan de Souza Matias

- Graduação em Economia: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC/Minas Gerais);
- Mestrado em Economia pelo Centro de Pós-Graduação em Economia (CAEN) da Universidade Federal do Ceará (UFC).

1 – INTRODUÇÃO

Nas duas últimas décadas, intensificaram-se as discussões teóricas e aplicações empíricas que estudam a tríade crescimento-desigualdade-pobreza. Kuznets (1955) abriu a discussão sobre a relação entre desigualdade e crescimento propondo a famosa relação em formato de U invertido. Solow (1956) iniciou a discussão sobre determinantes de crescimento da renda *per capita*, o que culminou em modelos de convergência. Posteriormente, as medidas de desigualdade passaram a ser usadas nas análises de determinantes da renda e crescimento. Mais recentemente, a partir dos modelos de decomposição da pobreza, percebe-se que o crescimento e a redistribuição de renda são essenciais para a sua redução. Em suma, a literatura avança na discussão dos principais momentos amostrais da distribuição de renda: renda *per capita*, desigualdade e pobreza.

Há de se esperar que mudanças na distribuição de renda afetem as medidas de pobreza e desigualdade. Como os processos de *catching up* e clubes de convergência em renda afetam sua distribuição, então afetam a desigualdade e pobreza. Mas a questão é: deve-se esperar que a convergência em renda gere convergência nas medidas de desigualdade e pobreza? Ou seja, a partir das densidades de renda para os municípios, uma convergência de um momento de primeira ordem (renda *per capita* média) produz convergência em outros momentos (pobreza e desigualdade)?

Baseado apenas nos resultados de Kuznets (1955) e Solow (1956), a princípio, não há por que esperar que convergência em renda entre os municípios seja suficiente para determinar uma convergência em desigualdade, i.e., uma convergência em renda entre as pessoas dentro de cada município. Contudo, não há evidências empíricas de relação entre distribuição de renda intermunicipal e intramunicipal. Por outro lado, se for observada convergência em renda e também em desigualdade com redução da desigualdade média, deve-se esperar uma convergência em pobreza, uma vez que estes são os principais determinantes da variação da pobreza. (DATT; RAVALLION, 1992).

Este trabalho tentará contribuir para essa questão apresentando uma aplicação empírica de um modelo de convergência baseado apenas em Cadeias de Markov de primeira ordem para o caso discreto (ou também conhecido como Processos Estocásticos de Markov), que é aplicável a qualquer variável estocástica com dinâmica temporal. O modelo requer apenas a observação da densidade amostral em dois períodos no tempo. A partir da estimação de uma matriz de probabilidade de transição de estados da natureza, é possível construir a densidade estimada para k períodos à frente, além da densidade ergótica (no estado estacionário) e a velocidade de convergência.

Vasta é a literatura que estuda a convergência de renda *per capita* entre regiões e países usando diversas abordagens paramétricas (β -convergência e σ -convergência) e não-paramétricas. Dentre os trabalhos mais recentes, podem-se citar: Stulp e Fochezatto (2004); Silva; Fontes e Alves (2005); Laurini; Andrade e Pereira (2005); Ribeiro e Porto Júnior (2006), Salvato et al. (2006); Figueiredo; Leal Filho e Aguiar (2006) e Gondim (2006).

Para estimar as matrizes de probabilidade de transição para as medidas de desigualdade e pobreza, além da renda *per capita*, utiliza-se das densidades municipais observadas em 1991 e 2000 para Minas Gerais. Para tanto, utiliza-se como estudo de caso tanto os municípios quanto as mesorregiões de Minas Gerais. Formalmente, irá ser testada a convergência de renda *per capita*, do índice L de Theil e do FGT(0) – proporção de pobres.

Como principais resultados encontrados neste trabalho, podem-se citar: *i*) clubes de convergência de renda *per capita* entre os municípios e mesorregiões; *ii*) inexistência de evidências suficientes para afirmar presença de convergência do índice de Theil-L entre os municípios e divergência entre as mesorregiões; *iii*) divergência entre os municípios e forte formação de clubes de convergência entre as mesorregiões, no que tange à proporção de pobres.

Baseado em tais resultados, pode-se afirmar que os municípios e as mesorregiões que melhoraram sua renda *per capita* em relação aos demais tenderam a convergir também para níveis de pobreza menores.

Mas, em relação à desigualdade entre as pessoas internamente, cada qual tende a seguir seu nível de estrutura de distribuição de renda, sendo pouco sensível à mudança da densidade de medidas de renda *per capita*. Ou seja, não há uma ligação empírica direta entre a ocorrência de convergência de renda entre municípios e uma melhora na distribuição de desigualdade de sua renda interna.

Além dessa introdução, a segunda seção apresenta uma breve discussão tanto dos trabalhos teóricos e empíricos sobre a relação entre crescimento, desigualdade e pobreza, quanto dos conceitos e técnicas sobre os indicadores escolhidos para a aplicação da metodologia. Na terceira seção, é apresentada a metodologia de Processos de Markov de primeira ordem. Na quarta, aplica-se o modelo para as densidades amostrais por município e mesorregiões de Minas Gerais com as informações censitárias de 1991 e 2000, apresentando as principais conclusões na última seção.

2 – CRESCIMENTO, DESIGUALDADE E POBREZA

O crescimento econômico está na pauta de discussão desde a ideia mercantilista de que o fluxo de metais preciosos era determinante da riqueza das nações, passando depois pelos fisiocratas franceses, já no século XVIII, que começaram a pensar em problemas de crescimento e distribuição. (SOUZA, 1999). Solow (1956) foi o pioneiro na tentativa de modelar o comportamento dos agentes econômicos para explicar os determinantes do crescimento das nações, que culminou em várias outras questões, tais como: por que algumas nações são ricas, enquanto outras são pobres? Este modelo introduz a ideia de convergência de renda, na qual o crescimento econômico é diferente de acordo com o nível de desenvolvimento inicial das nações, descrito pela distância de sua razão capital-trabalho do nível de *steady-state* (estado estacionário). Assim, se a razão capital-trabalho estiver abaixo do nível de estado estacionário, sua taxa de crescimento será maior, diminuindo à medida que se aproxima do estado estacionário. Esta dinâmica resultante do modelo produz um efeito *catching up*, em que países mais pobres tendem a crescer mais rápido que países mais

ricos. (JONES, 2000; SOUZA, 1999; BARRO; SALA-I-MARTIN, 2003).

A partir daí, essa literatura avança classificando dois tipos de convergência: absoluta e condicional. A questão é saber se as economias tendem a convergir em direção ao mesmo nível de renda *per capita* ou se existem padrões singulares na economia, causando convergências entre nações semelhantes. Baumol (1986) testou o modelo de Solow, usando uma amostra de 16 países industrializados, gerando resultados de convergência absoluta. De Long (1988) critica os resultados de Baumol (1986), argumentando que a amostra selecionada era constituída somente de países desenvolvidos, o que constituiu um viés de seleção. Usando a argumentação do modelo de Solow (1956), os países selecionados tinham estados estacionários semelhantes, por apresentarem padrões tecnológicos, de investimento e de crescimento populacional muito similar. Segundo o autor, o mesmo resultado não deveria ser alcançado se a amostra incluísse países com padrões diferenciados, o que implica que a hipótese de convergência deve ser controlada para efeitos específicos. A partir dessa discussão, vários estudos empíricos foram desenvolvidos para testar a hipótese de convergência, com diferentes metodologias, sejam paramétricas ou não-paramétricas, dentre os quais se listam Quah (1993b); Barro e Sala-i-Martin (1991, 1992); Laurini; Andrade e Pereira (2005); Stulp e Fochezatto (2004) e Salvato et al. (2006).

Kuznets (1955) foi pioneiro em discutir a relação crescimento-desigualdade. A hipótese de Kuznets (1955) é que existe uma relação entre crescimento e desigualdade de rendimentos na forma de um U invertido, ou seja, a desigualdade de renda piora nos estágios iniciais de desenvolvimento, mas se reduz posteriormente. Desde então, vários desdobramentos teóricos buscaram dar robustez à proposição inicial de Kuznets (1955), incluindo argumentos que vão desde a construção de índices de desigualdade setorial, passando por efeitos da migração, imperfeição no mercado de capitais, até a inclusão da tecnologia como determinante da desigualdade de rendimentos. (BARRETO; JORGE NETO; TEBALDI, 2001; FIELDS, 2001). Muitas foram as tentativas empíricas de testar a hipótese de Kuznets, ou simplesmente da relação

entre crescimento e desigualdade: Robinson (1976); Ahluwalia (1976); Bruno; Ravallion e Squire (1998); Fields (2001); Ravallion e Chen (1997); Barreto; Jorge Neto e Tebaldi (2001) e Salvato; Araujo Junior e Mesquita (2007), dentre vários outros. Contudo, muitos são os problemas de omissão de variáveis, erros de especificação e viés de seleção nestas estimações. Apesar disto, a principal conclusão com respeito aos resultados dos trabalhos mais recentes é que relação entre crescimento e desigualdade não é sistemática, sendo muito susceptível ao método econométrico de estimação, ou à base de dados do exercício.

Nas duas últimas décadas, com a proposição de modelos de crescimento endógeno, vários trabalhos empíricos têm incluído a desigualdade (ou sua variação) como determinante do crescimento econômico. Banerjee e Duflo (2003) argumentam que quanto mais desigual um país ou região menor a sua taxa de crescimento, uma vez que se tem um desincentivo ao investimento pelo efeito negativo da redistribuição de renda sobre a acumulação de capital. Persson e Tabellini (1994) argumentam que as políticas redistributivas e gastos públicos necessários para mitigar o problema da desigualdade não são benéficos ao crescimento, porque também produzem menor acumulação de capital. Outros argumentos como a instabilidade sociopolítica e alta restrição de crédito, presentes num contexto de elevada desigualdade de renda, reduzem o investimento na economia e, por consequência, a taxa de crescimento. No mesmo sentido, Kakwani e Pernia (2000) discutem o *trade-off* entre equidade e eficiência.

Ravallion e Datt (1992); Ravallion (1994, 1995, 1997); Shorrocks (1999); Kakwani e Pernia (2000); Ravallion e Chen (2003) e Son (2003), dentre outros, estudam os determinantes da pobreza e sua variação, mostrando que os principais determinantes estão ligados ao crescimento e à redistribuição de renda. Neste sentido, é possível estimar o quanto o crescimento explica da redução da pobreza e concluir se o crescimento é pró-pobre. Kakwani e Pernia (2000) propõem um índice para caracterizar o tipo de crescimento: pró-pobre, *trickle-down*, empobrecedor ou inconclusivo. Será pró-pobre aquele crescimento que favorece mais os pobres relativamente aos não-pobres,

ou seja, aquele que é acompanhado por uma redução da desigualdade. Uma situação de *trickle-down* é quando o crescimento é observado conjuntamente com uma redução da pobreza e aumento da desigualdade. Crescimento empobrecedor é aquele em que se observa aumento de pobreza e da desigualdade.

Pode-se afirmar que a pobreza tem dois determinantes imediatos: a escassez de recursos e a má distribuição dos recursos existentes. Conforme Barros; Henriques e Mendonça (2000, p. 25), “O Brasil, apesar de dispor de um enorme contingente de pessoas abaixo da linha de pobreza, não pode ser considerado um país pobre”. Deste modo, a escassez de recursos não pode ser considerada a variável que melhor explica os altos níveis de pobreza observados no Brasil, deixando assim para a má distribuição dos recursos existentes. Os estudos de Rocha (2000); Salvato et al. (2006) e Resende (2006) apontam que, assim como no Brasil, a pobreza e a desigualdade em Minas Gerais são dois aspectos inter-relacionados, sendo variáveis que têm um alto grau de correlação. Salvato et al. (2006), por exemplo, mostram que a elasticidade da redução da pobreza com respeito à redistribuição da renda é maior que a elasticidade com respeito ao crescimento. Além disso, Ravallion (2005), usando uma amostra de países, e Salvato et al. (2006), usando uma amostra de estados e municípios brasileiros, mostram que, quanto maior a desigualdade de renda inicial de uma região ou país, menor é a capacidade do crescimento em reduzir a pobreza.

Conforme se pode imaginar, sendo a pobreza e desigualdade dependentes da distribuição de renda, mudanças nesta tendem a afetar tais medidas. Baseado na literatura de modelos de convergência, questiona-se se os movimentos de *catching up* ou de clubes de convergência que se observam em renda também se reproduzem sobre as medidas de pobreza e desigualdade. Por exemplo, quando falamos em um processo de convergência de renda, espera-se que a dispersão da densidade de renda ergótica seja menor. Mas um menor desvio-padrão da densidade de renda não implica que o desvio-padrão da densidade de desigualdade entre as regiões também seja menor.¹

¹ Ou mesmo da desigualdade da densidade de medidas de pobreza entre as regiões, que é outro parâmetro da densidade de renda de cada região.

As regiões podem-se aproximar em renda média, mas será que também iremos observar convergência nas medidas de desigualdade e/ou pobreza das regiões? Este resultado não está claro na literatura teórica.

Extrapolando os resultados de Kuznets (1955) e de Solow (1956), não há uma resposta clara se dever-se-ia esperar convergência em medidas de desigualdade e/ou pobreza causada por um processo de convergência de renda, por ser determinada por fatores específicos da economia regional. Por outro lado, se for observada convergência em renda e também em desigualdade, com redução da desigualdade média, acredita-se que haja uma convergência em pobreza, uma vez que os primeiros são determinantes deste último como já exposto.

2.1 – Conceitos e Técnicas de Mensuração dos Indicadores

2.1.1 – Desigualdade e renda *per capita*

O conceito de desigualdade é eminentemente relativo, de modo que pode ser considerado o oposto do conceito de igualdade, o qual tem várias definições dependendo do contexto. Conforme Prates e Wajnman (2006), diremos que a distribuição dos dados é desigual, do ponto de vista estatístico, se concorda com um critério previamente estipulado. A repartição de uma variável é justa ou injusta de acordo com a repartição teórica que se pode derivar a partir da aplicação de uma norma em que se expressa o critério de equidade utilizado. Logo, definem-se os critérios a serem seguidos pela distribuição e elabora-se um indicador como forma de mostrar qual o grau de desigualdade na distribuição dos dados.²

Muitos indicadores tornaram-se universais na literatura como forma de mensurar partindo de tais definições. Mas antes de descrevê-los, Prates e Wajnman (2006) afirmam que para que um indicador seja “bom” e estatisticamente significativo para evidenciar a desigualdade, este deve seguir 5 (cinco) requisitos mínimos: 1) ser sensível a mudanças de escala ou transformações proporcionais; 2) ser

sensível à mudança no tamanho da população; 3) captar a transferência de renda dos ricos para os pobres quando esta acontecer; 4) maior sensibilidade à transferência de renda entre as pessoas situadas na calda inferior da distribuição (do que as transferências de renda em outras partes da distribuição); 5) ser decomponível em duas partes, de forma que uma mostrará a desigualdade entre as regiões, enquanto a outra mostrará a desigualdade interna da região, ou seja, ser passível de uma reengenharia inversa.

Conforme ressalta Barro e Sala-i-Martin (1991), a escolha da unidade de análise e do conceito de renda afeta diretamente a construção da distribuição de renda, que, por sua vez, interfere nas medidas de desigualdade e pobreza. Neste trabalho, utilizaremos o conceito de renda *per capita*.

Os índices de Theil

Os índices de Theil, quais sejam o Theil-L e o Theil-T, derivam da noção de Entropia Generalizada (EG) na teoria da informação, pela qual a “[...] quantidade de informação recebida de um evento E é inversamente proporcional à sua probabilidade de ocorrência ρ [...]” (PRATES; WAJNMAN, 2006, p. 29).

Segundo Ferreira e Litchfield (2000), baseados na renda do i -ésimo indivíduo, y_i , da renda média (ou renda *per capita*), y^* e do tamanho da população, n , os índices L e T de Theil podem ser obtidos por,

$$EG(0) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{y_i}{y^*} \right) = Theil - L \quad (2)$$

$$EG(1) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{y^*} \ln \left(\frac{y_i}{y^*} \right) = Theil - T \quad (3)$$

De acordo com Prates e Wajnman (2006), o índice de Theil é a melhor estimativa dentre todos os índices utilizados na literatura, dado que, além de estar de acordo com todos os requisitos para um bom estimador de desigualdade, é o único que é decomponível. Neste artigo usaremos a medida do Theil-L.

2.1.2 – Pobreza

Ao discutir pobreza, deve-se enfatizar que não há uma definição concisa na literatura. Sen (1981 apud

² É preciso frisar que alguns autores afirmam que o conceito de desigualdade está além de desigualdade de renda, pois compreende ainda a desigualdade de possibilidade de acesso a outros recursos necessários à vida humana. Contudo, utiliza-se apenas o conceito relativo à renda por facilitar a estimação dos indicadores e por ser o método mais utilizado na literatura.

FERREIRA; LITCHFIELD, 2000) afirma que existem duas correntes teóricas, onde uma afirma que ser pobre está ligado a rendimentos baixos, que impedem o indivíduo de ter acesso a bens e serviços básicos, que é definida como pobreza relativa. Contudo, Hoffman (2000) afirma que se a definição de ser pobre depende da comparação da renda entre pobres e não-pobres, o conceito de pobreza confunde-se com o de desigualdade. Assim, surge a segunda corrente, na qual se inclui Hoffman (2000), afirmando que é necessário utilizar a chamada pobreza absoluta, sendo invariante no tempo e dependente da renda, mas não diretamente (i.e., não por comparação à renda média). Tal conceito está ligado ao de linha de pobreza, sendo que ser pobre não será o indivíduo que tiver uma renda baixa em relação a uma fração da renda média da economia, como propunham os primeiros, mas em relação a uma linha fixa para todos. Ainda conforme Hoffmann (2000), ser pobre está relacionado com as condições inadequadas de vida e rendimentos abaixo da linha da pobreza, que impedem um indivíduo de ter acesso a bens e serviços básicos. De acordo com Foster (2009), linha de pobreza absoluta é definida independentemente dos dados. Nesse caso, o valor referente a uma cesta de bens considerados como aporte mínimo para sobrevivência pode ser utilizado como fronteira.

Os parâmetros denominados pela literatura como linha de pobreza e linha de indigência passam a desempenhar um importante papel quando se quer estimar a pobreza e a indigência em uma economia utilizando dados sobre a renda. Tais linhas consistem em um meio de determinar um limite, de forma que quem tiver uma renda *per capita* familiar abaixo desse limite é considerado pobre ou indigente, respectivamente.

Segundo Rocha (2000), consideráveis avanços têm sido obtidos nas técnicas de construção de linhas de pobreza e de indigência, embora estejam sendo utilizadas frações do salário mínimo para determiná-las. Rocha (2000) coloca ainda que a forma mais adequada de se iniciar a mensuração de tais linhas é obtendo informações sobre as preferências dos consumidores. Tal procedimento poderia ser feito pela otimização da cesta alimentar com informações sobre o conteúdo nutricional mínimo para a subsistência e levando em

consideração o preço dos alimentos e a restrição orçamentária das famílias.

Rocha (2000) argumenta, ainda, que se devem considerar outros bens, para uma cesta de consumo que vai além de aspectos nutricionais, como transporte, habitação e vestuário. Para tanto, considera-se o inverso do coeficiente de Engel para que o valor da linha de pobreza represente uma cesta de consumo mais ampla.

Um ponto importante levantado por Atkinson (2009) e, posteriormente, mais explorado por Foster e Shorrocks (2009) é: até que ponto a escolha da linha de pobreza pode afetar um determinado indicador? Pois pode ser que haja ambiguidade na definição do indicador usando diferentes linhas de pobreza dentro de um conjunto específico de linhas de pobreza. Contudo, os autores argumentam que basta a validade de uma condição restrita de dominância estocástica de primeira ordem (ATKINSON, 2009) sobre a função de distribuição acumulada da renda *per capita* para garantir o mesmo *ranking* do indicador da pobreza.

Contudo, uma vez definida uma linha de pobreza, basta seguir a mesma metodologia ao longo do tempo para poder fazer afirmações sobre sua variação. Ou seja, mais importante que o valor da linha de pobreza ou do número absoluto de pobres é saber o que aconteceu de um período para o outro. O número em si não é tão importante, mesmo porque se pode estar falando de pobreza ou de indigência e ainda assim o *ranking* estará definido, conforme a hipótese de dominância estocástica de primeira ordem. (FOSTER; SHORROCKS, 1988; ATKINSON, 2009).

Escolhida uma linha, é possível dividir os indivíduos de uma sociedade entre pobres e não-pobres e, com ela, é possível estimar diversos índices de pobreza. Um dos estimadores mais utilizados na literatura para medir a pobreza em uma determinada região é Foster-Greer-Thorbecke, $FGT(\alpha)$.³

$$FGT(\alpha) = \int_0^{H_1} \left(\frac{z - y_t(p)}{z} \right)^\alpha dp \quad (1)$$

em que z é a linha de pobreza, α é um parâmetro

³ Foster; Greer e Thorbecke (2009).

que define o índice FGT. Se $\alpha = 0$, o índice mede a proporção de pobres na região, $FGT(0) = H_1$. Se $\alpha = 1$, temos a intensidade da pobreza na região, isto é, o quão longe está a renda média dos pobres ($y_i(z)$) da linha da pobreza (z),

$$FGT(1) = \int_0^{H_1} \left(\frac{z - y_i(p)}{z} \right) dp = H_1 \cdot \left(\frac{z - y_i(p)}{z} \right)$$

. Se $\alpha = 2$, o indicador é chamado de hiato quadrático e descreve como é distribuída a renda entre os pobres,

$$FGT(2) = \int_0^{H_1} \left(\frac{z - y_i}{z} \right)^2 dp.$$

Outros índices podem ser utilizados na medição de pobreza, tais como o índice de Watts ou o índice de Sen, como afirmam Manso; Barreto e Tebaldi (2006). Mas não serão utilizados neste artigo.

Neste trabalho, utiliza-se o FGT(0), calculado pela Fundação João Pinheiro e disponibilizado no Atlas de Desenvolvimento Humano no Brasil para os anos de 1991 e 2000, para se testar se está havendo aproximação da proporção de pobres entre os municípios e as mesorregiões mineiras, conforme metodologia de processo de Markov, descrita na próxima seção.

3 – CONVERGÊNCIA: PROCESSO DE MARKOV

Para estudar a hipótese de convergência de renda entre os países e regiões, a literatura adota vários procedimentos paramétricos e não-paramétricos. Quah (1993) mostra certas inconsistências nas estimações paramétricas que usam os conceitos de β -convergência e σ -convergência. No caso do conceito de β -convergência, a principal crítica está relacionada com a hipótese básica de retorno decrescente dos fatores produtivos, sendo esta a explicação para um parâmetro β negativo sob hipótese de convergência. O fato da necessidade de um parâmetro β negativo é criticado na literatura, o que ficou conhecido como Falácia de Galton.⁴ Além disso, argumenta-se que

4 A Falácia de Galton é uma expressão que surgiu a partir de uma inferência incorreta feita sobre as observações nos estudos originais de Sir Francis Galton (1822-1911), geógrafo e antropologista inglês. Galton fez um estudo sobre uma relação entre a estatura dos pais com a estatura dos filhos e chegou à conclusão que pais altos tendem a ter

a hipótese do progresso tecnológico e da taxa de poupança exógenos é questionável. Em relação à σ -convergência, Stulp e Forchezatto (2004) afirmam que este não serve para explicar se há ou não convergência, dado que apenas mostra se houve variação da dispersão dos dados de um período em relação ao outro em torno da média.

Neste trabalho será utilizada a metodologia de processos de Markov de primeira ordem, que é apropriada quando se utiliza apenas a informação da amostra em dois períodos no tempo, com um conjunto de dados para regiões de um mesmo país, no presente caso, municípios. Barro e Sala-i-Martin (2003) afirmam que, em tal metodologia, além de não depender do comportamento da variável nas situações precedentes, pode-se, por meio dela, verificar dinâmicas de transição interclasses, o que não é possível com a metodologia de β -convergência. Além disso, tais dinâmicas de transição podem ser estudadas para qualquer variável econômica independente de uma teoria de comportamento *a priori*, o que nos permite falar sobre o comportamento entre as unidades da amostra para a desigualdade de renda e pobreza, além dos tradicionais modelos de convergência construídos apenas para a renda, buscando apropriar-se das inter-relações entre estas variáveis.

O processo de Markov de primeira ordem consiste em uma situação em que o fenômeno estudado parte de um estado inicial, passando ao próximo seguindo uma probabilidade, supostamente conhecida. É uma probabilidade de transição de um estado da natureza para outro, que depende apenas da situação imediatamente anterior, não dependendo dos processos passados. Segundo Boldrini (1986), uma sequência desses processos é conhecida como *cadeias de Markov*.

Quah (1993) e Stulp e Forchezatto (2004) mostram que a utilização deste método para análise de convergência consiste em definir os estados da natureza como intervalos de classes padronizados

filhos altos, mas em média mais baixos que os pais, fazendo a altura da população convergir em média. A ocorrência da falácia deve-se ao fato de uma seleção das observações pelos extremos. Para melhor detalhamento ver Barro e Sala-i-Martin (2003) e Quah (1993).

pela média da distribuição da variável em questão, de tal forma que se pode construir uma matriz de probabilidades de transição entre estas classes. Isto implica na escolha de uma janela de classe, h , que implica em resolver um *trade-off* entre viés e variância: h muito pequeno reduz o viés, mas aumenta a variância e vice-versa. Assim, para definir o valor do intervalo de classe, é necessário obter informações quanto à distribuição dos dados, o que não é conhecido. Contudo, sob normalidade, Magrini (1999) mostra que a janela ótima pode ser descrita pela fórmula

$$h = 2,72sn^{-1/3}, \quad (4)$$

em que s é o desvio-padrão da distribuição e n é o número de observações.

Para testar a normalidade dos dados, pode-se usar o teste de Kolmogorov-Smirnov ou de Jarque-Bera.⁵ Uma vez definido h , observa-se a quantidade de classes necessárias para englobar o valor mínimo e o valor máximo da distribuição amostral, observando se alguma classe fica com representação nula no período inicial, pois, caso ocorra, não será possível montar a matriz de Markov.⁶ Em seguida, define-se a função densidade de probabilidade das observações para os dois anos do período (final e inicial), usando-se a frequência relativa dos municípios em cada classe, conforme uma metodologia de densidade de núcleo (*kernel density*) para o caso discreto. A função de densidade de probabilidade é, neste caso, definida como:

$$f(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n I(x - h/2 \leq x_i \leq x + h/2), \quad (5)$$

em que h é o tamanho do intervalo de cada classe dos índices, x_i são as observações da amostra, $I(\cdot)$ é a função indicadora que conta o número das observações dentro do intervalo especificado, n é o tamanho da amostra das observações e x representa o centro do intervalo das classes.

Obtida a matriz de probabilidade de transição entre os estados da natureza do processo, constrói-se uma equação em diferenças de primeira ordem,

$$F_{t+1} = MF_t$$

$$\begin{bmatrix} F_{1,t+1} \\ F_{2,t+1} \\ \dots \\ F_{n,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{n3} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{1,t} \\ F_{2,t} \\ \dots \\ F_{n,t} \end{bmatrix} \quad (6)$$

em que F_{t+1} é a distribuição de frequência da variável em $t+1$, F_t é a distribuição de frequência da variável em t , M é a matriz de probabilidade de transição de Markov, p_{ij} é a probabilidade de a variável observada estar no estado da natureza j no período t e passar para o estado da natureza i no período $t+1$, assumindo que $\sum_{i=1}^n p_{ij} = 1$ e $j=1, \dots, n$.

Esta técnica permite projetar a distribuição de probabilidade para k períodos à frente ou mesmo achar a distribuição ergódica (de longo prazo), resolvendo o sistema de equações em diferenças de primeira ordem. Além disso, permite calcular o tempo necessário para se alcançar a metade do caminho até o estado

estacionário: $\tau = \frac{\ln(2)}{\ln(r)}$, em que r é o segundo maior

autovalor, exceto o unitário.

4 – RESULTADOS

Os testes de convergência de renda *per capita*, desigualdade e pobreza foram realizados para todos os municípios de Minas Gerais e entre as suas mesorregiões, usando-se os dados censitários de 1991 e 2000, disponíveis no Atlas do Desenvolvimento Humano, da IPEA (2010). Deve-se aqui ressaltar que, em alguns casos, não foi possível gerar a matriz de probabilidades de transição ou pela inexistência de municípios em determinadas classes pré-definidas no período inicial, ou pela transição para classes inexistentes em 2000, de acordo com a distribuição inicial. No primeiro caso, não se pode definir P_{ij} porque o denominador é nulo, uma vez que o município passou a existir depois de 1991; e no segundo, porque a soma da coluna da matriz de Markov não totaliza 1, que é uma condição necessária para a metodologia.

⁵Ver Judge et al. (1988).

⁶Ver Simon e Blume (2004).

Além disso, a escolha dos intervalos de classe, h , seguiu um critério *ad hoc*, para valores próximos daqueles indicados pela equação (4), uma vez que os valores ótimos sob normalidade impedem a construção da matriz por uma das impossibilidades acima. O critério de escolha das janelas, h , foi feito pela observação das estimações das funções de densidade de núcleo para o caso contínuo (*Kernel density*) para o h escolhido, comparando com o resultado do h ótimo. Assim, se a forma contínua pouco se alterava e possibilitando a estimação da matriz de probabilidades de transição, o mesmo era usado para o caso discreto, respeitando o *trade-off* entre viés e variância.

O método foi adotado para duas diferentes configurações da base de dados para o estado de Minas Gerais: 1) convergência entre municípios; 2) convergência entre mesorregiões. Ressalta-se que a aplicação da metodologia se dá considerando x o valor relativo de cada variável em relação à sua respectiva média, de modo que estão sempre se referindo a desvios em torno da média.

4.1 – Convergência entre Municípios

4.1.1 – Renda *per capita*

A partir dos dados dos 853 municípios de Minas Gerais para os anos de 1991 e 2000, disponibilizados pela FJP (2003), escolheu-se $h=0,5$ e construíram-se sete classes, conforme a Tabela 1, para a distribuição da renda *per capita* em torno da média. A matriz de Markov (sua transposta) se encontra na Tabela 2, apresentando as probabilidade de transição entre os sete estados da natureza, classes de renda. Na Tabela 3, encontram-se os valores da distribuição inicial dos dados, ou seja, a porcentagem contida na tabela indica a porcentagem de municípios que ocupam cada intervalo em 1991.

Dada a matriz de Markov e a distribuição inicial, monta-se um sistema de equações em diferenças finitas, conforme equação (6), de modo que sua solução denota a distribuição de frequência ergótica.

Tem-se, na Tabela 4, a distribuição inicial, a solução do sistema para $k=1,2,\dots,8$ períodos à frente e a solução de estado estacionário (ergótica).⁷ A última

⁷ Cada período no sistema de equações em diferenças representa nove anos, uma vez que os dados de origem representam a variação da renda *per capita* entre 1991 e 2000.

Tabela 1 – Classes de Renda *Per Capita* (Relativa à Média) em Minas Gerais por Município

n=853 municípios; h=0,5		
Classes	Li	Ls
1	0,0	0,5
2	0,5	1,0
3	1,0	1,5
4	1,5	2,0
5	2,0	2,5
6	2,5	3,0
7	3,0	3,5

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Tabela 2 – Matriz de Markov da Renda *Per Capita* em Minas Gerais por Município

	1	2	3	4	5	6	7
1	0,79	0,06	0	0	0	0	0
2	0,21	0,79	0,12	0	0	0	0
3	0	0,15	0,78	0,44	0,07	0	0
4	0	0	0,09	0,51	0,29	0,33	0
5	0	0	0	0,05	0,64	0,67	0
6	0	0	0	0,01	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1
Σ	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: Elaborada Própria dos Autores

Tabela 3 – Distribuição Inicial da Renda *Per Capita* em Minas Gerais por Municípios

Classes	Dist. Inicial
1	7,85%
2	49,47%
3	30,36%
4	10,20%
5	1,64%
6	0,35%
7	0,12%

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

coluna mostra que, baseado na dinâmica observada na década de 90, há uma ligeira tendência de formação de clubes de convergência entre os municípios de Minas Gerais, para as classes 1, 3 e 7. Isto é, mantida a mesma evolução no período, alguns municípios tendem a reduzir sua renda *per capita* em torno da média, ficando relativamente mais pobres, tais como os que se encontram nas classes 4 e 5, reduzindo para a 3 e 1, e outros que se encontram na classe 2, reduzindo para a 1. Alguns tendem a aumentar, quais sejam, os que se estão na classe 2 migrando para a classe 3. A classe 7 continua inalterada, isto é, os poucos municípios relativamente mais ricos permanecem na mesma distância da média.

A ideia de uma “convergência em clubes”, muito utilizada na literatura, ocorre quando a distribuição de probabilidade tende a apresentar mais de uma moda, o que ficou evidente na distribuição ergótica. O tempo necessário para que se atinja metade do caminho que separa a distribuição inicial da solução de equilíbrio no longo prazo é estimado para 36 anos, ou seja, uma convergência muito rápida por ser uma distribuição de *steady state*. Tal evidência pode ser confirmada ao se analisar a dinâmica de transição, à medida que os períodos vão passando e tendendo rapidamente ao valor de longo prazo.

4.1.2 – Índice Theil-L

Como pôde ser visto, há uma tendência a uma formação de clubes de convergência de renda e, portanto, uma redução da desigualdade entre os municípios mineiros, considerando a evolução observada na década de 1990. Contudo, será que a desigualdade interna de renda entre as pessoas de cada município também tende a se igualar? Ou seja, municípios que, por exemplo, se aproximaram para certo nível de renda *per capita* médio mais elevado tendem a ter a mesma distribuição deste ganho internamente? É o que será visto neste momento.

Para a construção das distribuições inicial, final e da matriz de probabilidades de transição, escolheu-se um $h=0,11$ para os índices de Theil-L normalizados em torno de sua média. A Tabela 5 apresenta a matriz de Markov estimada com base nas 15 classes geradas, dado h .

A Tabela 6 denota a solução do sistema de equações em diferenças até oito períodos à frente, assim como as distribuições inicial e ergótica. O primeiro resultado que torna essa análise interessante é a velocidade com que o índice de Theil-L dos municípios mineiros irá alcançar a metade do caminho que os separa do nível de estado estacionário, mantendo tudo mais constante. Com apenas um período, a variável alcança seu valor

Tabela 4 – Resultado da Convergência da Renda *Per Capita* em Minas Gerais por Municípios

Classes renda <i>per capita</i>			Solução da equação em diferenças para vários períodos									
	L_i	L_s	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Ergótica
1	0,0	0,5	7,85%	9,38%	10,28%	10,81%	11,11%	11,28%	11,36%	11,40%	11,40%	11,17%
2	0,5	1,0	49,47%	44,20%	41,02%	39,05%	37,80%	36,99%	36,45%	36,09%	35,84%	35,17%
3	1,0	1,5	30,36%	35,87%	38,68%	40,23%	41,15%	41,73%	42,10%	42,36%	42,54%	43,17%
4	1,5	2,0	10,20%	8,56%	8,19%	8,22%	8,34%	8,46%	8,56%	8,64%	8,70%	8,94%
5	2,0	2,5	1,64%	1,76%	1,60%	1,47%	1,39%	1,34%	1,31%	1,30%	1,30%	1,34%
6	2,5	3,0	0,35%	0,12%	0,10%	0,09%	0,09%	0,10%	0,10%	0,10%	0,10%	0,10%
7	3,0	3,5	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Obs.: Tempo necessário para alcançar metade do caminho em direção ao estado estacionário: $\ln(2)/\ln(\text{do maior autovalor, exceto o unitário}) = 36$ anos

Tabela 5 – Matriz de Markov (Transposta) do Índice de Theil-L em Minas Gerais por Municípios

Classes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,19	0,02	0,01	0,01	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,13	0,22	0,15	0,09	0,05	0,03	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,13	0,30	0,30	0,27	0,22	0,15	0,08	0,00	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,25	0,18	0,26	0,25	0,27	0,24	0,20	0,18	0,00	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,13	0,14	0,13	0,20	0,23	0,21	0,31	0,23	0,00	0,25	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
6	0,06	0,08	0,10	0,11	0,13	0,24	0,20	0,23	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
7	0,00	0,02	0,02	0,04	0,05	0,06	0,10	0,23	0,30	0,00	0,00	0,33	1,00	0,00	0,00
8	0,13	0,00	0,01	0,03	0,03	0,04	0,06	0,05	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,00	0,00	0,01	0,00	0,02	0,00	0,01	0,05	0,10	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,05	0,10	0,00	1,00	0,33	0,00	0,00	0,00
11	0,00	0,02	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,33	0,00	0,00	0,00
12	0,00	0,01	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Σ	1,00														

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Tabela 6 – Resultado da Convergência do Índice de Theil-L em Minas Gerais por Municípios

Classes	renda per capita		Solução da equação em diferenças para vários períodos									
	L_i	L_s	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Ergótica
1	0,58	0,68	1,88%	1,04%	1,17%	1,06%	1,04%	1,04%	1,04%	1,04%	1,04%	1,04%
2	0,68	0,79	10,55%	9,04%	8,68%	8,89%	8,98%	9,02%	9,03%	9,04%	9,04%	9,04%
3	0,79	0,89	15,71%	22,77%	22,16%	22,61%	22,70%	22,75%	22,76%	22,77%	22,77%	22,77%
4	0,89	1,00	25,67%	23,95%	23,56%	23,85%	23,97%	23,95%	23,95%	23,95%	23,95%	23,95%
5	1,00	1,11	20,63%	18,85%	19,58%	18,94%	18,90%	18,86%	18,85%	18,85%	18,85%	18,85%
6	1,11	1,21	12,19%	13,43%	13,72%	13,58%	13,45%	13,43%	13,43%	13,43%	13,43%	13,43%
7	1,21	1,32	8,32%	4,92%	5,28%	5,02%	4,92%	4,92%	4,92%	4,92%	4,92%	4,92%
8	1,32	1,42	2,58%	2,77%	3,05%	2,82%	2,77%	2,78%	2,78%	2,77%	2,77%	2,77%
9	1,42	1,53	1,17%	1,28%	1,17%	1,19%	1,29%	1,28%	1,28%	1,28%	1,28%	1,28%
10	1,53	1,63	0,47%	0,99%	0,59%	1,03%	1,00%	0,98%	0,98%	0,99%	0,99%	0,99%
11	1,63	1,74	0,12%	0,57%	0,59%	0,59%	0,57%	0,57%	0,57%	0,57%	0,57%	0,57%
12	1,74	1,85	0,35%	0,28%	0,35%	0,28%	0,28%	0,28%	0,28%	0,28%	0,28%	0,28%
13	1,85	1,95	0,12%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
14	1,95	2,06	0,12%	0,13%	0,12%	0,13%	0,13%	0,13%	0,13%	0,13%	0,13%	0,13%
15	2,06	2,16	0,12%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Obs.: Tempo necessário para alcançar metade do caminho em direção ao estado estacionário: $\ln(2)/\ln(\text{do maior autovalor, exceto o unitário})$
= 5 anos

da distribuição ergótica. Isto porque a velocidade de convergência foi estimada para cinco anos até que se atinja a “meia vida”.

Outro importante resultado é a observação de que a última classe deixa de ter municípios, indicando que municípios com valores extremamente elevados de nível de desigualdade de renda irão migrar para níveis menores.

Contudo, não há evidências suficientes para afirmar que haverá convergência de níveis de desigualdade interna entre os municípios. Apesar da tendência de formação de clubes de convergência na variável renda *per capita*, o mesmo não ocorre para a variável de desigualdade de renda, indicando que a renda média convergiu, mas não necessariamente ocorreu redistribuição interna para os municípios.

4.1.3 – Proporção de pobres

Os dados da década de 1990 reforçam que a proporção de pobres reduziu-se praticamente em todos os municípios (dados censitários de 1991 e 2000). Contudo, a redução de certos municípios foi muito menor do que a redução da média, causando um processo de divergência. O Gráfico 1 mostra como há um aumento da dispersão dos dados em torno da média, bem como mudança no valor modal, que passa

para acima da média em 2000, dado que em 1991 estava abaixo.

Neste caso, a metodologia não pode ser aplicada, pois há municípios que se afastaram muito da média em 2000 em relação a 1991. Com isso, têm valores que estão fora dos intervalos de classes construídos, baseados, principalmente, no tamanho do intervalo (h). Este é, portanto, um resultado muito interessante, dado que há tendência à convergência em clubes na renda *per capita*; mas, talvez, pelo fato de esta convergência em cada um não ter mudado seu padrão de distribuição, a situação dos pobres tende a ficar mais distinta entre eles. Ou seja, a situação de pobres tende a piorar ou a melhorar menos do que a média. Este fato reforça empiricamente o argumento de que a pobreza em Minas Gerais pode estar sendo mais bem explicada mais pela desigualdade do que pela distribuição da renda, uma vez que a primeira é muito evidente nesta região.

4.2 – Convergência entre Mesorregiões

4.2.1 – Renda *per capita*

A renda *per capita* de cada mesorregião foi obtida somando-se a renda de todos os municípios e dividindo-se o resultado pela soma de pessoas de todos os municípios que continham em cada uma delas, gerando assim a Tabela 7.

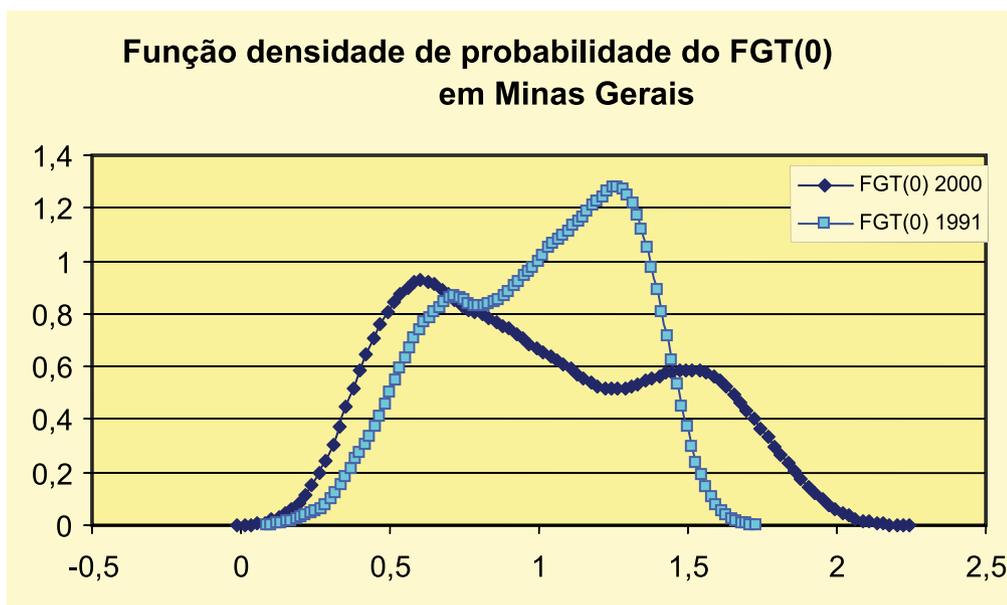


Gráfico 1 – Distribuição da Proporção de Pobreza em 1991 e 2000

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Tabela 7 – Renda *Per Capita* das Mesorregiões de Minas Gerais

Mesorregiões	Renda <i>per capita</i> em R\$	
	1991	2000
Campo das Vertentes	113,86	176,53
Central Mineira	128,98	196,47
Jequitinhonha	74,69	103,67
Metropolitano BH	128,70	182,35
Noroeste de Minas	120,03	192,50
Norte de Minas	69,99	91,25
Oeste de Minas	142,09	225,83
Sul-Sudoeste de Minas	157,64	235,52
Triângulo Mineiro	185,77	262,01
Vale do Mucuri	75,20	108,66
Vale do Rio Doce	89,87	138,56
Zona da Mata	109,01	176,01

Fonte: Elaboração Própria dos Autores Baseada em IPEA (2010).

Em seguida, montaram-se intervalos de classe com a amplitude dos intervalos (h) de tamanho igual a 0,16, gerando sete classes. A Tabela 8 apresenta a matriz de Markov da distribuição da renda *per capita* estimada para o teste entre as mesorregiões. É interessante observar que a matriz possui coeficiente igual a 1 para quase toda a diagonal principal, exceto apenas em uma classe. A Tabela 9 apresenta a solução do sistema de equações de diferenças até dois períodos à frente, assim como as distribuições inicial e ergótica.

Tabela 8 – Matriz de Markov da Renda *Per Capita* em Minas Gerais por Mesorregiões

Classes	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0	0	1
Σ	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Tabela 9 – Resultado da Convergência da Renda *Per Capita* em Minas Gerais por Mesorregiões

	Classes renda <i>per capita</i>		Solução da equação em diferenças para vários períodos			
	L_1	L_s	inicial	1	2	Ergótica
1	0,52	0,68	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%
2	0,68	0,84	8,33%	8,33%	8,33%	8,33%
3	0,84	1,00	16,67%	0,00%	0,00%	0,00%
4	1,00	1,16	25,00%	41,67%	41,67%	41,67%
5	1,16	1,32	8,33%	8,33%	8,33%	8,33%
6	1,32	1,48	8,33%	8,33%	8,33%	8,33%
7	1,48	1,64	8,33%	8,33%	8,33%	8,33%

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Obs.: Tempo necessário para alcançar metade do caminho em direção ao estado estacionário: $\ln(2)/\ln(0) = 0$

Ao analisar a Tabela 9, percebe-se que este caso é uma situação muito particular, pois há uma convergência muito rápida, com um tempo estimado para atingir a metade do caminho até o estado estacionário próximo de zero. Assim, no momento 1, a variável já é estacionária naqueles valores.

Mas, ainda assim, pode-se afirmar que é uma espécie de convergência em clubes, pois a mesorregião que apresentava uma renda *per capita* normalizada entre 0,84 e 1, teve seu valor aumentado para o intervalo 1 e 1,16, fazendo com que não haja mais nenhuma na classe 3. Assim, não há convergência de renda entre as mesorregiões, salvo a única que teve seu valor elevado e mudando de classe. Isto se deve ao fato de estas terem características específicas, de modo que não se pode falar em convergência absoluta, mas sempre em convergência relativa. Ou seja, municípios de uma mesorregião deverão tender para as características de suas mesorregiões, como se a mesorregião definisse estados estacionários diferenciados. Isto tem a ver com fatores de autocorrelação espacial, onde um município mais desenvolvido afeta os demais ao seu redor.

4.2.2 – O índice de Theil-L

A partir dos dados municipais e da fórmula de agregação para mesorregiões do Anexo A, foram

construídas as medidas de Theil-L e proporção de pobres para 1991 e 2000, conforme apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Proporção de Pobres e Índice de Theil-L das Mesorregiões de Minas Gerais

Mesorregiões	Proporção de pobres		Theil-L	
	1991	2000	1991	2000
Metropolitano BH	0,3097	0,2298	0,44	0,44
Zona da Mata	0,4899	0,3026	0,45	0,46
Vale do Rio Doce	0,5524	0,4000	0,45	0,49
Vale do Mucuri	0,6811	0,5544	0,51	0,57
Triângulo Mineiro	0,2716	0,1795	0,47	0,52
Sul/Sudoeste de Minas	0,3619	0,2029	0,48	0,48
Oeste	0,3969	0,1976	0,47	0,46
Norte	0,6956	0,5819	0,45	0,48
Noroeste	0,5338	0,3749	0,54	0,64
Jequitinhonha	0,7353	0,6325	0,49	0,55
Campo das Vertentes	0,4766	0,3068	0,49	0,47
Central Mineira	0,4770	0,3112	0,50	0,51

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Contudo, no momento de montar a matriz de Markov, percebeu-se que o índice de Theil-L apresenta um comportamento semelhante ao teste do FGT(0) entre municípios. Utilizando valores para o “h” de forma que não dê divisão por 0 (zero), percebe-se que há uma tendência a aumentar a dispersão em torno da média da distribuição da variável de 1991 para 2000. Com isso, evidencia-se divergência do índice de Theil-L dentro de cada mesorregião. Significa que a distribuição de frequência de renda interna de cada uma tende a seguir um caminho diferente, de forma que, no futuro, elas tendem a ter uma disparidade ainda maior. Tal evidência é semelhante à observada no teste de convergência do índice de Theil-L intermunicipal, onde não se observou divergência, mas não há também convergência, de forma que cada município segue “seu padrão” de distribuição de renda, mesmo com a renda deles tendendo a se igualar.

Neste caso, nem mesmo a renda *per capita* tende a demonstrar igualdade, de forma que cada mesorregião demonstra um caminho tanto na obtenção da renda gerada no estado como na sua distribuição internamente.

4.2.3 – Proporção de pobres

Para os dados agregados por mesorregião, a proporção de pobres gerou um intervalo de classe $h=0,388$, implicando em quatro classes, de modo a respeitar o *trade-off* entre viés e variância e a construção da matriz de probabilidades de transição. Na Tabela 11, apresentamos a matriz de Markov estimada.

Tabela 11 – Matriz de Markov (Transposta) do FGT(0) em Minas Gerais por Mesorregiões

Classes	1	2	3	4
1	1	0,3333	0	0
2	0	0,6667	0	0
3	0	0	0,6667	0
4	0	0	0,3333	1

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Ao analisar os resultados contidos na Tabela 12, percebe-se que a convergência aqui é também rápida (apenas 15 anos até o nível de equilíbrio de longo prazo). O resultado é claro quanto à formação de clubes de convergência, indicando que, à medida que os períodos vão passando, as mesorregiões vão migrando para classes inferiores ou superiores, de modo que a classe com valor inferior tende a ser maior na dinâmica em análise. Na distribuição ergótica, haverá 58,33% (ou seja, sete das mesorregiões) com o menor valor da proporção de pobres. E dado que, no período inicial, tal valor correspondia a apenas 1,88% (ou seja, uma das mesorregiões), há uma melhora. Contudo, algumas mesorregiões tendem a piorar, migrando para classes piores. Ou seja, a proporção de pobres em sua população tende a ser cada vez maior (isto acontece com as cinco demais mesorregiões).

Tabela 12 – Resultado da Convergência do FGT(0) em Minas Gerais por Mesorregiões

Classes renda <i>per capita</i>			Solução da equação em diferenças para vários períodos									
	Li	Ls	Inicial	1	2	3	4	5	6	7	8	Ergótica
1	0,224	0,612	1,88%	24,98%	36,09%	43,50%	48,44%	51,73%	53,93%	55,40%	56,37%	58,33%
2	0,612	1	10,55%	35,35%	22,24%	14,84%	9,90%	6,60%	4,40%	2,94%	19,59%	0,00%
3	1	1,388	15,71%	16,67%	11,12%	7,42%	4,95%	3,30%	2,20%	1,47%	9,79%	0,00%
4	1,388	1,776	25,67%	24,99%	30,54%	34,24%	36,72%	38,37%	39,47%	40,20%	40,69%	41,67%

Fonte: Elaboração Própria dos Autores.

Obs.: Tempo necessário para alcançar metade do caminho em direção ao estado estacionário: $\ln(2)/\ln(\text{do maior autovalor, exceto o unitário})$ = 15 anos.

Este resultado torna-se interessante, à medida que a convergência mostra que, possivelmente, são as mesorregiões encontradas na região Sul/Sudeste que tendem a melhorar sua proporção de pobres e as Norte/Nordeste, que tendem a ter sua proporção de pobres piorada. Isto se deve à observação de aumento da renda *per capita* em ambas, mas com piora na renda média dos pobres.

5 – CONCLUSÕES

Muitos estudos têm buscado analisar as relações entre crescimento, desigualdade e pobreza, seja pela estimação de elasticidades crescimento e redistribuição da redução da pobreza, ou pela estimação dos determinantes do crescimento (como em Solow). Com relação ao crescimento, destacam-se os modelos de convergência de renda, nos quais as regiões ou países tendem a crescer a taxas diferenciadas podendo ocorrer algum processo de *catching up*. E estes movimentos podem impactar diretamente tanto nos indicadores de desigualdade quanto nos de pobreza. Dito isto, este trabalho buscou estimar a existência de processos de convergências para as medidas de desigualdade e pobreza, além da renda *per capita*, para os municípios e mesorregiões do Estado de Minas Gerais usando as informações censitárias de 1991 e 2000. Tentou-se, assim, buscar o que ocorre com os indicadores e renda, bem como verificar alguma relação entre os resultados simultâneos.

Para tanto, utilizou-se o método de processos de Markov de primeira ordem, que requer apenas as informações para dois períodos para construir as densidades das variáveis para cada período e uma matriz de probabilidade de transição. A partir desta matriz de Markov, é possível projetar a densidade da variável para alguns períodos à frente, estimar a densidade ergótica e o tempo necessário para atingir a metade do caminho até o estado estacionário.

De acordo com os testes realizados, há uma rápida tendência à formação de clubes de convergência de renda *per capita* entre os municípios do estado, de acordo com a amostra utilizada, considerando apenas a evolução observada na década de 1990. O tempo estimado para que a “meia vida” seja alcançada foi de apenas 36 anos. Quanto à distribuição da renda interna dentro de cada município – estimada pelo Theil-L –, não se espera que esta venha a se igualar, a não ser pela sensível formação de clubes. Um resultado interessante em relação ao índice Theil-L refere-se ao fato de a classe contendo o intervalo que, com os maiores índices, passou a não ter nenhum município, assim como a penúltima classe na distribuição ergótica, indicando que os municípios que eram mais desiguais (com maior Theil-L), tendem a melhorar sua distribuição interna de renda *per capita* migrando para uma classe com um índice de desigualdade menor (possuem um Theil-L menor).

Neste sentido, considerando o exercício de convergência da medida de desigualdade interna dos municípios (Theil-L), a “meia vida” é alcançada ainda mais rápida do que a renda *per capita* (comparando com o exercício anterior feito para convergência da medida de renda *per capita* dos municípios), em apenas cinco anos. Isto mostra que a distribuição das medidas de desigualdade interna dos municípios (distribuição intermunicipal do Theil-L) já está bem próxima do estado estacionário.

Esse resultado, conjugado com o processo de convergência de renda, reforça que as mudanças da densidade de renda *per capita* não estão afetando a densidade de desigualdade interna dos municípios. Ou seja, convergência em renda significa redução da desigualdade intermunicipal, mas pouco afeta a desigualdade intramunicipal e a sua distribuição. Apesar da tendência de formação de clubes de convergência na variável renda *per capita*, o mesmo não ocorre para a variável de desigualdade de renda, indicando que a renda média convergiu, mas não necessariamente ocorreu redistribuição interna para os municípios.

Os determinantes da pobreza são, de um lado, a escassez de recursos e, de outro, a má distribuição dos já existentes. Como houve formação de clubes de convergência de renda *per capita* e não necessariamente uma convergência foi observada na medida de desigualdade, pode-se afirmar que os resultados esperados para a proporção de pobres podem estar mais ligados à renda *per capita* do que à melhora na distribuição da renda interna dos municípios, conforme literatura sobre fatores determinantes da variação da pobreza e crescimento pró-pobre. (KAKWANI; PERNIA, 2000; SON, 2003). Isto é, as políticas sociais, sejam nacionais ou estaduais, utilizadas na década de 1990, pouco influenciaram na redução da desigualdade em Minas Gerais, implicando que, se a pobreza no estado apresentou alguma melhora, deve-se ao crescimento econômico alcançado no período.

Os resultados para a proporção de pobres mostram divergência dos dados normalizados pela média. Pode-se supor que esse resultado tem uma forte relação com o processo de convergência observado em renda

per capita: aqueles municípios que tendem a convergir para níveis de renda *per capita* mais elevados devem apresentar menor proporção de pobres relativamente à média; os que convergem para menores valores de renda devem ter uma proporção maior de pobres em relação à média. Ou seja, convergência em clubes para a renda *per capita* implica em divergência da medida de pobreza entre os municípios.

Com relação aos testes feitos entre as mesorregiões, percebe-se uma rápida formação de clubes de convergência de renda *per capita*, divergência do índice de Theil-L e uma perfeita formação de clubes de convergência da proporção de pobres. E diferentemente do encontrado no teste feito para os municípios, a formação de clubes em pobreza (FGT(0)) deve-se não somente aos resultados encontrados para a renda, mas também aos do Theil-L. De um lado estão aquelas mesorregiões que tendem a demonstrar melhora na renda *per capita*. As que tiverem apresentado convergência de renda *per capita* para níveis inferiores e também aumento divergente da desigualdade tendem a ser as mesmas mesorregiões que convergiram claramente para níveis mais elevados de proporção de pobres.

Com tais resultados, pode-se afirmar que os municípios e as mesorregiões que melhoraram sua renda *per capita* em relação aos demais tenderam a convergir também para níveis de pobreza menores seja por *catching-up* ou por convergência em clubes. Mas, em relação à desigualdade entre as pessoas internamente, cada qual tende a seguir seu nível de estrutura de distribuição de renda, sendo pouco sensível à mudança da densidade de renda *per capita*. Ou seja, não há uma ligação direta entre a ocorrência de convergência de renda entre municípios e uma melhora na distribuição de desigualdade de sua renda interna.

Desta forma, se um dos objetivos da política pública é gerar um processo de convergência de pobreza, então, devem-se conjugar políticas que visem reduzir a desigualdade entre os municípios e regiões, mas principalmente intramunicípios e intrarregiões. Caso contrário, continuar-se-á observando um processo de redução de pobreza com aumento da dispersão entre os municípios, gerando aumento da desigualdade,

fazendo com que a política pública alcance melhores resultados nos lugares que mais necessitam: municípios com baixa renda *per capita* e elevado índice de pobreza.

ABSTRACT

Since Solow, models propose to analyze the factors influencing the growth of per capita income, as well as the proposition of convergence or the convergence clubs among regions and countries. It is assumed that measures of inequality and poverty depend on the distribution of income and a process of convergence is characterized by a specific change in distribution. Since then, it is questioned whether this change is sufficient to generate convergence in inequality and poverty. Thus, the article analyzes empirically whether income convergence implies convergence in inequality and poverty, using Markov's Chain Method for the discrete case, using the Census information of 1991 and 2000 to municipalities of Minas Gerais state. The index of inequality showed no sensitivity to convergence, although it does not reject the hypothesis of formation of convergence clubs in per capita income and poverty to municipalities and regions. Empirical evidence indicates that the occurrence of convergence of per capita income among municipalities is not enough for a better distribution of domestic income inequality

KEY WORDS:

Income convergence; Inequality; Poverty; Markov's Chain.

REFERÊNCIAS

- AHLUWALIA, M. Inequality, distribution and development. **American Economic Review**, v. 66, n. 5, p. 128-135, 1976.
- ATKINSON, A. B. On the measurement of poverty. **Econometrica**, v. 55, n. 4, p. 749-764, Jul. 1987. Disponível em: < <http://www.jstor.org/stable/1911028>>. Acesso em: 13 May 2009.
- BANERJEE, A., DULFO, A. Inequality and growth: what can the data say?. **Journal of Economic Growth**, v. 8, p. 267-99, 2003.
- BARRETO, F. A.; JORGE NETO, P. M.; TEBALDI, E. Desigualdade de renda e crescimento econômico no Nordeste brasileiro. **Revista Econômica do Nordeste**, Fortaleza, v. 32, p. 842-859, nov. 2001. Número Especial.
- BARRO, R. J.; SALA-I-MARTIN, X. Convergence across states and regions. **Brookings Papers on Economic Activity**, p. 107-182, 1991.
- _____. Convergence. **Journal of Political Economy**, v. 100, p. 223-251, 1992.
- _____. **Economic growth**. 2th ed. New York: McGraw Hill, 2003.
- BARROS, R.; HENRIQUES, R.; MENDONÇA, R. A estabilidade inaceitável: desigualdade e pobreza no Brasil. In: HENRIQUES, R. (Org.) **Desigualdade e pobreza no Brasil**. Rio de Janeiro: IPEA, 2000. Cap. 1, p. 23-47.
- BAUMOL, W. J. Productivity growth, convergence, and welfare: what the long-run data show. **American Economic Review**, v. 76, n. 5, p. 1.072-85, Dec. 1986.
- BOLDRINI, J. L. et al. **Álgebra linear**. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1986.
- BRUNO, M.; RAVALLION, M.; SQUIRE, L. Equity and growth in developing countries: old and new perspectives on the policy issues. In: TANZI; KE-YOUNG, C. (Ed.). **Income distribution and high-quality growth**. Cambridge: MIT Press, 1998.
- DATT, G.; RAVALLION, M. Growth and redistribution components of changes in poverty measures: A decomposition with applications to Brazil and India in the 1980s. **Journal of Development Economics**, v. 38, p. 275-295, 1992.
- DE LONG, B. Productivity growth, convergence, and welfare: comment. **American Economic Review**, v. 78, n. 5, p. 1.138-1.154, Dec. 1988.
- FERREIRA, F. H.; LITCHFIELD, J. A. Desigualdade, pobreza e bem-estar social no Brasil: 1981/95. In: HENRIQUES, R. (Org.). **Desigualdade e pobreza no Brasil**. Rio de Janeiro: IPEA, 2000. Cap. 2, p. 49-78.
- FIELDS, G. S. **Distribution and development: a new**

look at the developing world. [S.l.]: Russell Sage Foundation and the MIT Press, 2001.

FIGUEIRÊDO, L.; LEAL FILHO, R. S.; AGUIAR, C. Matriz de probabilidades de transição por estimador de núcleo para as rendas relativas das microrregiões de Minas Gerais. In: SEMINÁRIO SOBRE A ECONOMIA MINEIRA, 12., 2006, Diamantina. **Anais...** Diamantina, 2006.

FOSTER, J. E. Absolute versus relative poverty. **The American Economic Review**, v. 88, n. 2, p. 335-341, 1998. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/116944>>. Acesso em: 10 May 2009.

FOSTER, J. E.; GREER, J.; THORBECKE, E. A class of decomposable poverty measures. **Econometrica**, v. 52, n. 3, p. 761-765, May 1984. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1913475>>. Acesso em: 13 May 2009.

FOSTER, J. E.; SHORROCKS, A. F. Poverty orderings. **Econometrica**, v. 56, n. 1, p. 173-177, Jan. 1988. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1911846>>. Acesso em: 7 Oct. 2009.

GONDIM, J. L. B. O uso do núcleo estocástico para identificação de clubes de convergência entre estados e municípios brasileiros. In: PRÊMIO IPEA 40 ANOS, 2005, [S.l.]. **Anais...** [S.l.], 2005. Disponível em <<http://www.ipea.gov.br/sobrelpea/40anos/vencedores40anos.htm>>. Acesso em: 10 mar. 2006.

HOFFMANN, R. Mensuração da desigualdade e da pobreza no Brasil. In: HENRIQUES, R. (Org.). **Desigualdade e pobreza no Brasil**. Rio de Janeiro: IPEA, 2000. Cap. 3, p. 81-106.

IPEA. **Atlas do desenvolvimento humano**. [S.l.], 2003. Disponível em: <www.fjp.gov.br>. Acesso em: 2009.

JONES, C. **Introdução à teoria do crescimento econômico**. Stanford: Stanford University Campus, 2000.

JUDGE, G. et al. **Introduction to the theory and practice of econometrics**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1988.

KAKWANI, N.; PERNIA, E. M. What is pro-poor growth?. **Asian Development Review**, v. 18, n. 1, p.

1-16, 2000.

KUZNETS, S. Economic growth and income inequality. **American Economic Review**, v. 45, n. 1, p. 1-28, 1955.

LAURINI, M.; ANDRADE, E.; PEREIRA, P. L. V. Income convergence clubs for Brazilian municipalities: a non-parametric analysis. **Applied Economics**, v. 37, n. 18, p. 2.099-2.118, 2005.

MAGRINI, S. The evolution of income disparities among the regions of European Union. **Regional Science and Urban Economics**, v. 29, n. 2, p. 257-281, 1999.

MANSO, C. A.; BARRETO, F. A.; TEBALDI, E. O desequilíbrio regional brasileiro: novas perspectivas a partir das fontes de crescimento pró-pobre. **Revista Econômica do Nordeste**, v. 31, n. 13, p. 307-328, 2006.

PERSSON, T.; TABELINI, G. Is the quality harmful for growth. **The American Economic Review**, v. 84, n. 3, p. 600-21, 1994.

PRATES, F. M.; WAJNMAN, S. **Desigualdade de renda e pobreza em Minas Gerais**. 1996. 175 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. Disponível em: <http://webpergamum.adm-serv.ufmg.br/arquivos/215000/218900/93_218981.htm?codBib>. Acesso em: 20 fev. 2006.

QUAH, D. Galton's fallacy and test of the convergence hypothesis. **The Scandinavian Journal of Economics**, v. 95, p. 427-443, 1993.

RAVALLION, M.; CHEN, S. Measuring pro-poor growth. **Economic Letters**, v. 78, n. 1, p. 93-99, Jan. 2003.

_____. What can new survey data tell us about recent changes in poverty and distribution?. **World Bank Economic Review**, v. 11, n. 2, p. 357-382, 1997.

RAVALLION, M. Can high Inequality developing countries escape absolute poverty?. **Economics Letters**, v. 56, p. 51-57, 1997.

_____. Growth and poverty: evidence for developing countries in the 1980s. **Economics Letters**, v. 48, p. 411-417, 1995.

- _____. **Poverty comparisons**. Switzerland: Harwood Academic Publishers, 1994.
- _____. **Pro-poor growth: a primer**. [S.l.]: World Bank, 2005. (Policy Research Working Paper, n. 3.242).
- RESENDE, G. M. O crescimento econômico dos municípios mineiros têm sido pró-pobre?. In: SEMINÁRIO DE ECONOMIA MINEIRA, 2006, Diamantina. **Anais...** Diamantina, 2006.
- RIBEIRO, E. P.; PORTO JÚNIOR, S. S. **Dinâmica espacial da renda per capita e crescimento entre os municípios da região Nordeste do Brasil**: uma análise markoviana. Disponível em: <<http://www.anpec.org.br/encontro2003/artigos/E54.pdf>>. Acesso em: 10 fev. 2006.
- ROBINSON, S. A note on the U-hypothesis relating income inequality and economic development. **American Economic Review**, v. 66, n. 3, p. 437-400, 1976.
- ROCHA, S. Estimacão de linhas de indigência e de pobreza: opoes metodológicas no Brasil. In: HENRIQUES, R. (Org.). **Desigualdade e pobreza no Brasil**. Rio de Janeiro: IPEA, 2000. Cap. 4, p. 109-134.
- SALVATO, M. A.; ARAUJO JUNIOR, A. F.; MESQUITA, L. A. **Crescimento pró-pobre no Brasil**: uma avaliao empírica da década de 1990. [S.l.]: Ibmec, 2007a. (Working Paper, WP43).
- SALVATO, M. A. et al. Crescimento e desigualdade: evidências da curva de Kuznets para os municípios de Minas Gerais - 1991/2000. **Economia e Gestão**, v. 6, n. 13, p. 1-16, 2006.
- SALVATO, M. A.; ARAUJO JUNIOR, A. F.; MESQUITA, L. A. **Crescimento pró-pobre no Brasil**: uma avaliao empírica da década de 1990. Belo Horizonte: Ibmec, 2007. (Working Paper, WP43).
- SEN, A. **Poverty and famines**: an essay on entitlement and deprivation. Oxford: Oxford University Press, 1981.
- SHORROCKS, A. F. **Decomposition procedures for distributional analysis**: a unified framework based on the Shapley value. Essex: University of Essex, 1999. Mimeografado.
- SILVA, E.; FONTES, R.; ALVES, L. F. Crescimento e desigualdade em Minas Gerais. In: FONTES, R.; FONTES, M. **Crescimento e desigualdade regional em Minas Gerais**. Viçosa, 2005.
- SIMON, C. P.; BLUME, L. **Matemática para economistas**. Porto Alegre: Bookman, 2004.
- SOLOW, R. M. A contribution to the theory of economic growth. **Quarterly Journal of Economics**, v. 70, p. 65-94, 1956.
- SON, H. H. **A note on pro-poor growth**. Sidney: Macquarie University, 2003.
- SOUZA, N. J. **Desenvolvimento econômico**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1999.
- STLP, V. J.; FOCHEZATTO, A. A evoluo das disparidades regionais no Rio Grande do Sul: uma aplicao de matrizes de Markov. **Nova Economia**, Belo Horizonte, v. 14, n. 1, p. 39-66, jan./abr.2004.

Recebido para publicao em: 16.03.2009

APÊNDICE TÉCNICO

A.1 – Cálculo dos índices de Theil-L e FGT(0) para mesorregiões

Índice de Theil-L

Ao optar por testar a convergência não somente da renda, mas também dos índices de Theil-L e FGT(0) entre as mesorregiões, surgiu a necessidade de calcular tais índices para cada mesorregião.

Dada a equação (1.a) descrita abaixo, sendo a função do índice de Theil-L definida na seção 2, segue-se sua reengenharia.

$$EG = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{y_i}{y^*}\right) \quad (1.a)$$

em que y_i é a renda do i -ésimo indivíduo, Y^* é a renda *per capita*, n é o número de pessoas na região específica. Temos, $EG = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(y_i) - \ln(y^*)$.

Assim, para obter o índice de Theil-L para a mesorregião, é necessário conhecer a quantidade de pessoas que existem nela (n_m), o somatório do \ln da renda de todos os indivíduos (W_m) e sua renda *per capita* (y_m^*). Contudo, tais valores não são conhecidos e terão que ser calculados, utilizando-se a seguinte forma: pegam-se os municípios que nela existem e, dado que todas as variáveis contidas na equação do Theil-L, inclusive ele, são conhecidas, exceto o somatório do \ln da renda das pessoas do município (W_j), isola-se esta última da equação, sendo assim obtida para o município. Somando todos W_j , com $j=1, \dots, k$, onde k é o número de municípios da mesorregião e j é j -ésimo município., obtém-se o W_m da mesorregião. Tal descrição pode ser visualizada a partir da equação (2.a) e chegando à equação (3.a).

$$\sum_{i=1}^n \ln(y_i) = [EG + \ln(y^*)]n \quad (2.a)$$

$$W_j = [EG + \ln(y^*)]n$$

$$W_m = \sum_{j=1}^k W_j \quad (3.a)$$

A outra variável a se obter é a quantidade de pessoas na mesorregião, que é obtida somando-se a quantidade de pessoas que estão contidas em cada município j dentre os k municípios, $n_m = \sum_{j=1}^k n_j$, sendo

k o número de municípios na mesorregião e n_j é a quantidade de pessoas no município j .

E para se obter a renda *per capita* da mesorregião, multiplica-se a renda *per capita* de cada município (4.a) nela contido por seu respectivo número de pessoas, obtendo, assim, a soma da renda das pessoas em cada município j (5.a).

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (4.a)$$

$$y^\circ = \sum_{i=1}^n y_i \quad (5.a)$$

Assim, a renda *per capita* da mesorregião é obtida por

$$y_m^* = \frac{\sum_{j=1}^k (y^\circ)_j}{n_m} \quad (6.a)$$

Logo, a equação (6.a) é a razão da soma da renda das pessoas de cada município que está na mesorregião com o número de pessoas que estão nesta última.

Desta forma, já se têm as três variáveis necessárias para se estimar o índice de Theil-L da mesorregião, o qual é descrito na equação (7.a), que é a aplicação das três equações (3.a), (4.a) e (6.a), numa só função.

$$EG_m = \frac{W_m}{n_m} - \ln(y_m^*) \quad (7.a)$$

Ou seja, o índice de Theil-L é também descrito na equação (8.a).

$$EG_m = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \ln(y_{ij})}{\sum_{j=1}^k n_j} - \ln\left(\frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n y_{ij}}{\sum_{j=1}^k n_j}\right) \quad (8.a)$$

Proporção de pobres para as mesorregiões – FGT(0)

Utilizando-se de algumas equações obtidas na determinação do índice de Theil-L, a proporção de pobres nas mesorregiões pode ser obtida na equação (9.a).

$$FGT(0)_m = \frac{\sum_{j=1}^k [(n_j) FGT(0)_j]}{n_m} \quad (9.a)$$

em que $FGT(0)_j$ é a proporção de pobres no município j , n_j é a quantidade de pessoas no município j , n_m é a quantidade de pessoas na mesorregião. No numerador temos a soma da quantidade de pessoas pobres da mesorregião obtida da soma de pobres em cada município que nela continha. Já no denominador da equação, tem-se a quantidade total de pessoas na mesorregião. Assim, por definição, obtém-se a proporção de pobres na mesorregião como a razão entre a quantidade de pobres e a população total.

A.2 – Probabilidade e processo de Markov

Suponha um conjunto de variáveis aleatórias discretas, ou seja, uma para cada período. Essa variável relaciona um evento ao acaso, ao valor médio estadual (denotando esta variável como X_t). Suponha que esse conjunto de valores seja finito. Definem-se então as probabilidades de transição como se segue:

Definição B.1: considere $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}: \Omega \rightarrow R$ uma sequência enumerável de variáveis aleatórias (ou seja, um processo estocástico) definidas em um mesmo espaço amostral Ω , que possuem imagem discreta $\{x_1, \dots, x_n\} \subset R$. Dizemos que $\{X_t\}_{t \in \mathbb{N}}$ é um Processo Estocástico de Markov (PEM) quando temos a seguinte relação:

$$P(X_{t+1} = x_j \mid X_t = x_i, \dots, X_0 = x_0) = P(X_{t+1} = x_j \mid X_t = x_i) = p_{ij} \quad \forall t, i, j$$

$$P((X_{t+1} \in A_j) \cap \Omega) = P(X_{t+1} \in A_j) = [F_{t+1}]_j$$

Dessa relação, chega-se à relação de Markov:

$$F_{t+1} = F_t M \quad \text{ou em outro modo: } F^T_{t+1} = M^T F^T_t$$

em que T representa a transposta das matrizes e dos vetores, M^T é a matriz de Markov transposta.

No caso, a análise dos dados é baseada em uma amostra e as probabilidades condicionais são estimativas de máxima verossimilhança da probabilidade original, definida como segue abaixo. Considere a função indicadora: $I_A(x)$ como sendo 1 se $x \in A$ e 0 caso contrário. Então, o estimador é definido como:

$$\hat{P} = \frac{\sum_{i=1}^n I_{A_j}(X_{t+1}, i) I_{A_k}(X_{ti})}{\sum_{i=1}^n I_{A_j}(X_{ti})}$$

Em que: X_{t1}, \dots, X_{tn} é uma amostra aleatória de X_t e $X_{t+1,1}, \dots, X_{t+1,n}$ é uma amostra aleatória de X_{t+1} . Observe que \hat{P} é uma variável aleatória (um estimador) e que o numerador da expressão acima conta quantas vezes os elementos da amostra de X_{t+1} caem em A_j e os elementos da amostra de X_t caem em A_k ao mesmo tempo. Além disso, o denominador calcula o número total de elementos que temos da amostra de X_t caindo dentro de A_k . Esta relação claramente estima a probabilidade pelo método da máxima verossimilhança. Ou seja, as probabilidades de transição independem do tempo em todas as informações passadas. Quando isto acontece, diz-se que a distribuição não possui memória.

$$P(X_{t+1} \in A_t \mid X_t \in A_k) = \frac{P[(X_{t+1} \in A_t) \cap (X_t \in A_k)]}{P(X_t \in A_k)}$$

