

ANÁLISE MULTIDIMENSIONAL DA POBREZA NO NORDESTE BRASILEIRO

Multidimensional analysis of poverty in the Brazilian Northeast

Márcio Antônio Salvato

Economista. Doutor em Economia pela EPGE Fundação Getúlio Vargas (FGV/RJ). Coordenador do curso de Ciências Econômicas da Faculdade IBMEC-MG. marcio.salvato@gmail.com

Jonathan de Souza Matias

Economista. Mestre em Economia pela Universidade Federal do Ceará (CAEN/UFC). Professor Docente da Faculdade IBMEC-MG. jonathaneconomia@gmail.com

Matheus de Vasconcellos Barroso

Economista. Graduado em Economia pelo IBMEC-MG. matheus_vb@hotmail.com

Resumo: Este artigo tem como objetivo analisar a pobreza sob a ótica multidimensional usando dimensões que vão além da renda. A análise feita para os estados da região nordeste do Brasil comprova a natureza multidimensional dos que são considerados pobres. Existem vários autores que criticam apenas a renda como dimensão de pobreza, tais como Foster, Greer e Thorbecke (2010), Tsui (2002), Bourguignon e Chakravarty (2003), dentre outros. Para uma análise comparativa, é feito o estudo da pobreza sob a ótica da Dominância estocástica unidimensional e multidimensional. No caso multidimensional, dois índices são estimados, o índice de bens e de saúde. Para estimação do primeiro usa-se a Análise de Correspondência Múltipla (ACM) conforme proposto por Asselin (2002) a partir da qual são definidos os pesos da combinação linear ótima dos bens selecionados. Já o segundo índice utiliza-se uma normalização do índice de altura-por-idade, construído a partir de valores de referência da Organização das Nações Unidas (ONU). Os principais resultados mostram que alguns estados dominam outros estados da região Nordeste, estatisticamente, implicando em maior pobreza de acesso a serviços de saúde, água e saneamento e certos bens definidos a priori.

Palavras-chave: Pobreza multidimensional; Análise de correspondência múltipla; Dominância estocástica unidimensional; Dominância estocástica multidimensional.

Abstract: This article analyze poverty from the multidimensional perspective using dimensions that go beyond income. The analysis done for the states of northeastern Brazil proof the multidimensional nature of those considered poor. There are several authors who criticize only income as poverty dimension, such as Foster, Greer and Thorbecke (2010), Tsui (2002), Bourguignon and Chakravarty (2003), and others. For a comparative analysis, the study of poverty under the perspective of the one-dimensional and multidimensional stochastic Dominance is made. In the multidimensional case, two indices are estimated, namely the index of goods and health. For the estimation of the first, we use the Multiple Correspondence Analysis (MCA) as proposed by Asselin (2002) from which the weights of the optimum linear combination of the selected goods are defined. The second index uses a normalization of the height-for-age index, constructed from reference values of the United Nations (UN). The main results show that some states dominate other states in the northeast region, statistically implying greater poverty of access to health services, water and sanitation and certain assets defined a priori.

Key-words: Multidimensional poverty; Multiple correspondence analysis; Stochastic dominance.

1 Introdução

A despeito de o Brasil ocupar a 84ª posição, segundo o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) em 2011, parcela considerável da população encontra-se abaixo da linha da pobreza (26,8%)¹. Soma-se a isso a alta desigualdade de renda: em 2009, 42,5% da renda encontrava-se nas mãos dos 10% mais ricos da população e apenas 1,2% da renda para os 10% mais pobres.²

Com o objetivo de redução da desigualdade e pobreza, na última década e meia, os formuladores de política pública implementaram vários programas sociais, dentre os quais destacam-se: Programa Bolsa-Escola, Programa Bolsa-Família, Brasil Carinhoso. Tais programas, segundo destaca Boyadjian (2010), diferem em nível de abrangência e impacto, mas consistem basicamente na transferência direta de renda aos grupos elegíveis pelo programa. Analisando os programas de transferência de renda pode-se citar ainda Tafner, Carvalho e Botelho (2009), Sátyro e Soares (2009a; 2009b), Burlandy et al. (2007), Soares, Ribas e Osório (2007) e Rocha (2005).

Por outro lado, os programas têm em comum a discussão de pobreza pelo princípio de insuficiência de renda, avaliando o problema sob uma ótica unidimensional. Duclos e Araar (2006) destacam que centrar a discussão da pobreza apenas sob o aspecto monetário é simplificar demais a identificação se uma pessoa é pobre ou não. Segundo os autores, a análise da pobreza deveria incluir a discussão sobre o acesso do indivíduo aos serviços básicos, sob uma ótica multidimensional. Sob este prisma, uma corrente não monetarista considera pobreza como privação de fins e não de meios a partir de duas linhas teóricas: das necessidades básicas e das capacidades, segundo Sen (1985).

Esposito e Chiappero-Martinetti (2008) agrupam os trabalhos sobre pobreza multidimensional em três categorias: 1) aqueles que constroem índices de pobreza multidimensionais (FOSTER; GREER; THORBECKE, 1984; 2010; TSUI, 2002; BOURGUIGNON; CHAKRAVARTY, 2003; BOSCERT; CHAKRAVARTY; D'AMBROSIO, 2009); 2) aqueles que propõem critérios de ordenação para a pobreza multidimensional (FOSTER; SHORROCKS, 1988; DUCLOS; SAHN; YOUNGER, 2001

e 2006; ALKIRE; FOSTER, 2009; BOURGUIGNON; CHAKRAVARTY, 2002 e 2003); 3) aqueles que fazem uma análise multidimensional da pobreza baseada no uso de técnicas estatísticas multivariadas (KRISHNAKUMAR, 2005; KAKWANI; SILBER, 2008; ASSELIN, 2002).

Esse artigo tem como finalidade obter uma ordenação da pobreza multidimensional sob uma ótica não monetarista para os estados da região Nordeste do Brasil. Para tanto, faz-se uso de uma metodologia de dominância estocástica da pobreza, considerando dois índices: um indicador de saúde e um índice de bens. A base de dados utilizada será a Pesquisa de Orçamento Familiar (POF) de 2008-2009, disponível no site do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2010a). O índice de saúde utilizado será uma normalização do índice de altura-por-idade, construído a partir de valores de referência da Organização das Nações Unidas (ONU). O índice de bens será construído a partir de uma metodologia de Análise de Correspondência Múltipla (ACM) a partir da qual serão definidos os pesos da combinação linear ótima dos bens selecionados: rádio, televisão, microcomputador, geladeira, fogão, ar-condicionado, bicicleta, motocicleta, material predominante no piso, proveniência da água, escoadouro sanitário e existência de água canalizada. Todas as variáveis são discretas e binárias.

A partir dos índices de saúde (nutrição) e de bens, segue-se procedimento proposto por Duclos, Sahn e Younger (2006), construindo testes de dominância estocástica de primeira ordem para o caso unidimensional e bidimensional para todas as combinações de linhas de pobreza nutricional e de bens dentro de um intervalo. Os resultados apontam que a dominância estrita, em ambos os casos, não pode ser estabelecida, porém, a dominância não estrita pode ser verificada para um subconjunto do domínio das linhas de pobreza.

Além desta introdução, o trabalho apresenta mais quatro seções. Na segunda seção é apresentada uma revisão da literatura sobre pobreza multidimensional; na terceira sessão a metodologia de dominância estocástica. A quarta sessão apresenta os resultados para os casos unidimensional e bidimensional e, por fim, uma sessão conclusiva.

1 Oxford poverty and human development initiative (2011).

2 World Bank, development research group (2011).

2 Mensurando a pobreza multidimensional

A análise da pobreza através da avaliação do bem-estar de um indivíduo percorre duas correntes de análises. A primeira medida e a mais disseminada é a abordagem do bem-estar, de cunho monetarista, na qual a pobreza é mensurada utilizando variáveis como renda e consumo. Já a segunda linha de pensamento, a não monetarista, busca avaliar o acesso do indivíduo aos bens, serviços de saúde, educação, transporte, dentre outros. Basicamente, a linha monetarista engloba uma análise unidimensional, na qual estabelece-se, a priori, a categorização ‘pobre’ ou ‘não pobre’ a partir de um limite que se define a suficiência de renda, vinculado à capacidade de acesso a bens e serviços. Duclos e Araar (2006) argumentam que de fato o efetivo acesso aos bens e serviços não pode ser mensurado pela suficiência de renda. Esta é a grande diferenciação para os estudos que afirmam que a pobreza não é apenas uma questão monetária. A definição de ser ‘pobre’ deve passar por uma análise multidimensional, definindo critérios para medir e avaliar o grau de pobreza sob a ótica de efetivo acesso a bens e serviços.

A abordagem monetária considera pobreza pela perspectiva simplificadora de insuficiência de renda, na qual um indivíduo é considerado pobre se sua renda for menor ou igual a um limite monetário. Este limite, chamado na literatura de linha de pobreza, pode ser absoluto ou relativo. Será uma linha de pobreza absoluta se o valor é definido independente da distribuição de renda local, como por exemplo, pelo valor monetário correspondente a um critério calórico mínimo que os indivíduos devam consumir. Será relativa se parâmetros da distribuição de renda local interferir no limite, por exemplo, considerando um limite como uma proporção da mediana. Uma vez definido o valor da linha de pobreza constroem-se medidas paramétricas, como por exemplo, a família de índices FGT (FOSTER; GREER; THORBECKE, 1984), P_0 , P_1 e P_2 , de modo a mensurar os vários aspectos da pobreza, tais como a proporção de pobres, o hiato de pobreza (pondera os indivíduos pela distância que estão da linha de pobreza) e a intensidade da pobreza (dá maior peso para os indivíduos que estão mais longe da linha de pobreza).

Contudo, argumenta-se que a satisfação do indivíduo pela renda é insuficiente para definir se o ele é pobre ou não, uma vez que pode ter renda acima da linha de pobreza e estar insatisfeito dado que não possui acesso aos serviços básicos. Por outro lado, um indivíduo com acesso a bens básicos pode estar contente com sua situação, embora apresente insuficiência de renda. Duclos e Araar (2006) concluem que esse argumento é suficiente para abandonar o uso de medidas de pobreza unidimensional, sugerindo a análise multidimensional, na qual a pobreza é vista como privação de fins e não de meios, avaliada por múltiplos indicadores de bem-estar.

Segundo Duclos e Araar (2006), a análise multidimensional pode ser feita segundo duas linhas teóricas: das necessidades básicas e das capacidades. A primeira, pelo próprio termo, tem como foco alcançar algumas necessidades básicas multidimensionais, identificando a pobreza por meio da análise de indicadores de acesso à educação, saneamento, moradia, alimentação, dentre outros. Ainda segundo os mesmos, busca-se a construção de métricas capazes de identificar “diretamente” as condições mínimas de vida. A segunda, a das capacidades, leva em conta a heterogeneidade dos indivíduos proposta por Sen (1985). O foco das capacidades são as oportunidades de escolha que o indivíduo deve ter para atingir certo nível de satisfação. Sen (1990) propõe atributos de ‘funcionalidades’ e de ‘capacidades’ para construir medidas de bem-estar que os indivíduos podem alcançar. Neste sentido, a pobreza se destaca pelo baixo alcance desses dois atributos.

Independente da linha teórica básica, a mensuração da pobreza engloba dois estágios essenciais: o de identificação e o de agregação. O primeiro estágio é aquele no qual o avaliador arbitra como irá determinar a pobreza, seja ela monetarista ou não monetarista. É a fase na qual a pobreza é estabelecida ao nível do indivíduo. Já o segundo estágio é caracterizado pela agregação da informação dos indivíduos da população com o intuito de obter uma medida de pobreza para alguma região de agregação. De maneira igual, a análise multidimensional da pobreza também necessita dessa forma de mensuração, identificando primeiramente os critérios aos quais serão estabelecidos quem é e quem não é pobre. E, em um segundo momento, agregando-se toda a informação para análise geográfica.

Considerando a análise multidimensional da pobreza, Esposito e Chiappero-Martinetti (2008) sugerem que é possível dividir a aplicação da técnica em três categorias: a) construção do índice de pobreza multidimensional; b) definição de critérios de ordenação para a pobreza multidimensional; e c) análise multidimensional da pobreza segundo técnicas estatísticas de variáveis aleatórias multivariadas.

Para se construir um índice de pobreza geralmente se busca reduzir o grau de aleatoriedade na determinação, escolhendo medidas que satisfaçam alguns postulados como: foco, monotonicidade, princípio da população, simetria, decomposabilidade do subgrupo, continuidade, princípio da transferência e pobreza não decrescente sobre aumento da correlação de troca. Ou seja, eles constroem índices de pobreza que requerem uma série de características básicas para que a pobreza possa ser determinada. Destacam-se nesta linha Foster, Greer e Thorbecke (1984, 2010), Tsui (2002), Bourguignon e Chakravarty (2003), Alkire e Foster (2009) e Bossert, Chakravarty e D'Ambrosio (2009).

Para a definição de critérios de ordenação, foca-se na análise da pobreza sob a ênfase do processo de identificação da pobreza, sendo que o objetivo é a determinação de condições para que uma distribuição de pobreza domine a outra, qualquer que seja a linha de pobreza escolhida. Fazendo isso, ter-se-á uma ordenação da pobreza, independentemente da linha de pobreza escolhida, tornando a pesquisa menos propensa a erros e menos dependente da linha de pobreza. Nesse sentido, o que importa não é necessariamente o número da medida de pobreza, mas a ordem de classificação da pobreza. Como um dos pioneiros em desenvolver estudos com este foco estão Foster e Shorrocks (1988).

Nesta direção, Duclos, Sahn e Younger (2001 e 2006) desenvolvem condições de ordenamento da pobreza de primeira ordem e de ordem superior. Esta ordenação ficou conhecida como dominância estocástica da pobreza. Bourguignon e Chakravarty (2002; 2003), considerando um dado nível de atributos de bem-estar condicionados a alguns axiomas, geram ordenações de medidas de pobreza multidimensional correspondentes a uma família de medidas de pobreza. Atkinson (2003) compara as condições de dominância de primeira ordem desenvolvida por Bourguignon e Chakravarty (2003), enquanto Duclos, Sahn e Younger

(2001) analisam as de ordem superior, estas que utilizam as abordagens de interseção e união para estabelecer a contagem dentro da qual os indivíduos serão considerados pobres. Ou seja, a análise é feita observando se um indivíduo é pobre sobre cada dimensão. Depois, em um segundo momento, é feita a união e interseção das dimensões de pobreza dos indivíduos dentro de determinada região geográfica. Este critério possibilita que as condições de segunda ordem de dominância estocástica proposta por Sen (1985) sejam satisfeitas.

Para criar um procedimento de determinação da pobreza multidimensional, Alkire e Foster (2009) desenvolveram uma abordagem de contagem. Eles utilizaram uma metodologia de corte duplo no estágio de identificação, um em cada dimensão com a finalidade de determinar se a pessoa é privada de acesso nessas dimensões. Em um segundo momento, faz uma análise entre as dimensões com objetivo de identificar os pobres pela contagem das dimensões nas quais a pessoa é privada.

Por fim, pode-se basear a análise multidimensional da pobreza no uso de técnicas estatísticas multivariadas, no qual se pode definir indicador composto de pobreza seguindo três abordagens: a inercial, a da entropia e a *fuzzy set*. Tais abordagens são caracterizadas pelo grande uso de técnicas estatísticas multivariadas, conforme destacam Krishnakumar (2005) e Kakwani e Silber (2008). Asselin (2002) destaca que a abordagem inercial é originária de mecanismos estáticos, geralmente utilizados em análises estruturais baseadas em distribuição de probabilidade de variáveis aleatórias discretas. Essa técnica é comumente utilizada em análise de *psychometry*, uma análise econométrica utilizada na psicologia para análise de estrutura de ambiente familiar, mais comum entre os cientistas sociais. A segunda corrente, a da entropia³, tem sua base de análise focada em mecanismos dinâmicos, geralmente utilizados na teoria informacional, originada no campo de mecanismos dinâmicos utilizada em análise de processos estocástico. Por último, na abordagem a *fuzzy set*, a hipótese básica do modelo é a de que não devemos dicotomizar a população entre os 'pobres' e 'não pobres' através do estabelecimento de uma linha de pobreza. Para

3 Note que um grupo de índices muito conhecidos na literatura é o índice de Theil-L e Theil-T. Os mesmos são chamados também de "Entropia Generalizada" e levam em consideração a distribuição de probabilidade da renda dos indivíduos. Para mais, consulte Matias (2010).

estes, a pobreza deve ser avaliada em questão de intensidade ao invés de um atributo que pode estar presente ou ausente. O modelo utiliza do conceito de função de associação. Para mais detalhes ver Betti et al (2008) e Njong e Ningaye (2008).

Na abordagem entrópica, segundo Asselin (2002), as medidas de entropia estão associadas com distribuições probabilísticas. Contudo, devido à sua natureza paramétrica, a medida entrópica fica muito dependente de arbitrariedade na busca pela forma funcional do indicador. Então, sugere-se uma análise que foque na abordagem inercial. Nesse sentido, a análise inercial é menos dependente da arbitrariedade da forma funcional justamente pelo fato de ser uma análise não paramétrica. Para tanto, o autor sugere os seguintes indicadores inerciais: Análise do Componente Principal (ACP), Análise Canônica Generalizada (ACG), Análise de Correspondência (AC), Análise de Correspondência Múltipla (ACM), Análise Fatorial (AF) e Análise do Componente Principal Policlórico (ACPP).

Asselin (2002) destaca ainda que até a década de 1930 existiam apenas dois grupos de análise, quais sejam ACP e ACG, que se diferenciam somente pelo fato do primeiro considerar apenas “um” conjunto de variáveis e o segundo por m conjuntos de variáveis. O autor afirma que estes métodos inerciais, em comparação com os de entropia, tem sua vantagem no fato de gerar menos arbitrariedade e não somente na forma funcional da distribuição de probabilidade. Evita, por exemplo, arbitrariedade na escolha dos pesos que serão utilizados na análise multidimensional. Neste sentido, o método ACP constrói pesos para variáveis de modo a construir fatores ortogonais que melhor explicam a decomposição da variância do conjunto das informações. Assim, ter-se-á um novo conjunto de variáveis dimensionais com vetores ortogonais e agora sem correlação entre si para que possa se analisar separadamente a situação de pobreza dos indivíduos. Por outro lado, o método ACG leva em consideração $m > 1$ conjuntos de variáveis e a distribuição de probabilidade conjunta, extraindo a relação canônica dos conjuntos. Para mais sobre este método ver Mahalanobis (1936).

O método ACM é também chamado de Análise de homogeneidade e pode ser visto como um caso particular do ACG. Neste caso, cada uma das m variáveis são substituídas por uma matriz de veto-

res binários ortogonais, chamada de matriz canônica⁴. Assim, os m conjuntos de variáveis são quebrados em novas variáveis chamadas pelo autor de “variáveis diconômicas”. ACM é a generalização da AC, no caso quando várias variáveis nominais são analisadas, sendo mais indicada para variáveis discretas ou categóricas. O método AC consiste em uma análise gráfica para visualização de superfícies dimensionais em subespaços visíveis, sendo possível perceber a correlação entre variáveis pela análise gráfica e presença, ou não, de correlação entre variáveis. Para Asselin (2002), o ACM pode ser entendido como o AC aplicado a uma matriz binária do tipo 0/1, gerada pelas categorias indicadoras. Basicamente é uma matriz binária do tipo *dummy* que contém apenas um número 1 indicando a existência da categoria e 0 no resto, que o autor chama de ‘matriz indicadora’.

O método AF consiste em um modelo linear do conjunto de variáveis observadas pressupondo, *a priori*, que haja dependência linear entre as mesmas. Além disso, é utilizado para um conjunto finito “pequeno” de variáveis. O mesmo é feito utilizando os vetores colocados no formato matricial e, posteriormente, implementa-se uma “rotação nos eixos” de forma a desacoplar o efeito de uma variável na outra. Essa rotação é baseada nas matrizes de autovetores e autovalores para diagonalizar a matriz de variáveis originais, obtendo vetores ortogonais. Para mais, ver Asselin (2002), Hardle e Simar (2003), Lee (2007) e Moustaki, Joreskog e Mavridis (2004).

O método ACPP proposto por Njong e Ningaye (2008) é recomendado para dados discretos, tendo como pressuposto que uma variável latente contínua subjaz cada variável ordinal. O objetivo é buscar as direções de maior variabilidade das informações sobre a configuração dos dados em um espaço multidimensional. A ideia é montar um produto escalar entre o vetor de variáveis de informações e o vetor de variáveis latentes. Este método se assemelha à direção na qual a informação cresce mais rápido⁵. A grande vantagem deste método, sobre o ACP, por exemplo, é o fato de não pressupor correlação linear entre as variáveis. Pressupõe-se uma outra matriz de correlação

4 Poderia ser, por exemplo, a base canônica do espaço dimensional de cada variável, pois a única observação de Asselin (2002) sobre a matriz de novas variáveis é o fato de somar 1 nas colunas além de serem vetores de norma unitária, o que ocorre com a base canônica.

5 A interpretação dessa ideia é semelhante ao de derivada direcional e vetor gradiente de uma função.

chamada de matriz de correlação policlórica, com base nas correlações entre as variáveis ordinais e as variáveis latentes contínuas, subjacente a cada uma das variáveis ordinais.

Njong e Ningaye (2008) realizam a comparação de três índices de pobreza, um estimado via Análise de Correspondência Múltipla (ACM), outro pela Análise do Componente Principal Policlórico (ACPP) e *Fuzzy Set*. Através da análise dos testes de sensibilidade e da Dominância da Pobreza de Primeira-Ordem, eles encontram que o índice via ACPP domina aquele gerado via ACM e *Fuzzy Set*. Desse resultado, e da inconclusão de dominância entre o índice via ACM e *Fuzzy Set*, afirmam que os formuladores de políticas públicas devem utilizar os últimos em detrimento da ACPP devido a sua capacidade de retratar com maior fidelidade a pobreza observada.

Considerando as metodologias de análise multidimensional da pobreza, Araar e Duclos (2006), Zhang (2003) e Baldini e Toft (2006) apresentam o programa DAD com manual teórico e prático nos trabalhos relacionados à pobreza e equidade. A utilização do programa DAD tem se mostrado muito útil no sentido de disseminação e democratização do uso das técnicas nesta área.

No Brasil, Lopes, Macedo e Machado (2003) constroem um indicador de pobreza multidimensional, utilizando quatro atributos para discursar as vantagens das metodologias. Segundo eles, sob o critério multidimensional pode-se entender o estado de pobreza pela privação de diversos componentes (atributos) de bem-estar, além de sumarizar diversos indicadores unidimensionais em um índice sintético, ponderando pelo seu “grau de universalização de acesso” na sociedade.

Barros, Carvalho e Franco (2006) apresentam a construção de medidas de pobreza multidimensionais em sete passos. Discutem as limitações do que chamaram de Índices de Pobreza Humana, exemplificando a construção de um índice de pobreza familiar. Por fim, destaca-se o lançamento pelo IBGE do Rio Group (2006) que abrange boa parte das diferentes metodologias no estudo e mensuração da pobreza como aspecto multidimensional.

3 Metodologia

Neste artigo, o modelo utilizado será o de dominância multidimensional da pobreza, desen-

volvido por Duclos, Sahn e Younger (2006), que propõe e implementa um procedimento robusto para as suposições de mensuração da pobreza. O bem-estar é comparado utilizando-se de um modelo bidimensional, que considera um índice de bens, e outro de saúde. O primeiro é derivado de um método inercial baseado na Análise de Correspondência Múltipla (ACM) e o segundo a partir de um índice de saúde da *World Health Organization* (WHO, 2016).

Os testes de dominância multidimensional da pobreza auxiliam na capacidade de gerar comparações da pobreza que são robustas pela escolha de ambos os índices de pobreza e linhas de pobreza unidimensionais. Ao serem estimados, busca-se robustez sobre os processos de agregação sobre dimensões de bem-estar, robustez sobre os processos de agregação sobre os indivíduos, e robustez sobre a escolha de linhas multidimensionais de pobreza.

3.1 Cálculo do indicador de saúde e nutrição

Dentre os índices mais comuns para a mensuração da saúde e da nutrição são utilizados o peso-por-altura, altura-por-idade e peso-por-idade segundo recomendações da ONU. Batana e Duclos (2008) argumentam que o índice altura-por-idade é o mais apropriado, pois tende a capturar o impacto cumulativo na saúde de fatores de longo prazo, como as condições socioeconômicas médias e as políticas públicas de saúde (programas de vacinação, esforços no combate a doenças endêmicas e outras doenças crônicas, ou programas sanitários). O índice de altura por idade AI para a criança i é definido como descrito na equação (1).

$$AI_i = \frac{T_i - \bar{T}}{\sigma_T} \quad (1)$$

Em que T_i = altura corporal da criança; \bar{T} altura corporal média de uma criança saudável e bem nutrida da população de referência utilizado pelo centro de estatísticas para a saúde da ONU; σ_T = desvio padrão da altura corporal na população de referência. Por convenção da WHO, uma criança com uma medida de AI abaixo de -2 (ponto de referência da pobreza nutricional) é usualmente considerada mal nutrida.

3.2 Estimação do índice de bens

3.2.1 Metodologia inercial

Utiliza-se uma abordagem inercial na construção do índice de bens, na qual cada indivíduo, indexado por apresenta atributos de bem-estar, j . Esses indivíduos podem ser representados por uma nuvem de pontos em torno da centroide (as médias ponderadas) no espaço dos atributos. Define-se inércia total do grupo de pontos como a soma ponderada da distância de cada ponto à centroide.

Batana e Duclos (2008) afirmam que deve-se proceder com a estimação do índice de bens para cada unidade familiar usando a soma ponderada dos atributos de bem-estar. Para tanto, seja X_i o índice de bens do indivíduo i , x_{ij} sua dotação do atributo j , e α_j o peso associado a cada atributo, conforme apresentado na equação (2).

$$X_i = \alpha_1 x_{i1} + \dots + \alpha_j x_{ij} \quad (2)$$

Para checar a robustez sobre a escolha do método inercial da redução dos dados feita em (2) será utilizada a Análise de Correspondência Múltipla (ACM). A adoção do modelo ACM se justifica por se tratarem de dados qualitativos (binários), ou seja, cada resposta no questionário é indicada com o número 1 no caso do atributo indicado, e zero para os demais atributos. Desta forma, tem-se um grupo de vetores com soma um, gerando norma unitária. Observe que com isto se tem uma base canônica do espaço vetorial dos atributos.

A ACM é uma aplicação generalizada do modelo de Análise de Correspondência (AC). A AC consiste em uma técnica gráfica para a representação da informação em 2ª ordem em uma tabela de contingência, que contém a contagem (frequência absoluta) de itens para uma classificação cruzada de duas variáveis categóricas. Seu objetivo é o de reduzir a dimensionalidade de uma matriz de dados e visualizá-la em um subespaço de baixa dimensionalidade, geralmente de duas ou três dimensões. Esse método é uma análise visual de projeção da curva dimensional em um subespaço menor.

Um problema ocorre com a estimação via ACM, pois cria dimensões adicionais artificiais, dado que uma variável categórica é computada com várias colunas. Consequentemente, a inércia da solução espacial é artificialmente inflada e assim, a porcentagem de inércia explicada pela

primeira dimensão é subestimada. Duas correções são geralmente utilizadas, a primeira é devida a Benzécri (1979), e a segunda a Greenacre (1993) apud Abdi e Valentin (2007).

3.3 Dominância multidimensional estocástica

Para análise multidimensional neste artigo não se utilizará o número de um índice de pobreza, sendo este uma análise cardinal. De fato, utiliza-se uma comparação de descolamento de curvas e superfícies, sendo uma análise de foco ordinal. A justificativa para a utilização de comparações ordinais em detrimento das cardinais se resume ao fato de que a última possui uma perturbadora sensibilidade à escolha dos índices e linhas de pobreza. E essa sensibilidade pode seriamente debilitar a confiança ao comparar distribuições ou ao realizar recomendações de políticas. (DUCLOS; ARAAR, 2006)

Outro ponto a destacar é que através da comparação ordinal não se busca quantificar a pobreza, mas sim determinar quando ela é maior em uma distribuição do que em outra para uma classe de julgamentos éticos. Em suma, a verificação da dominância consiste em comparações ordinais da pobreza sobre classes de procedimentos para agregar por meio de dimensões e dos indivíduos. Ela também permite a robustez sobre áreas de possíveis fronteiras multidimensionais da pobreza, analogamente às linhas de pobreza unidimensionais.

A metodologia utilizada é a abordada por Duclos, Sahn e Younger (2006), que desenvolvem uma ordenação que é válida para qualquer fronteira de pobreza sobre faixas amplas. Eles utilizam os índices de pobreza multidimensionais aditivamente separáveis e decomponíveis, segundo desenvolvimento de Foster, Greer e Thorbecke (1984). Os conceitos de decomponibilidade e separabilidade podem ser entendidos no sentido de que a pobreza total é a média ponderada dos subgrupos de níveis de pobreza. O índice aditivo $P(\lambda)$ que combina duas dimensões de bem-estar é representado pela equação (3).

$$P(\lambda) = \iint_{\Lambda(\lambda)} \pi(x_1, x_2; \lambda) dF(x_1, x_2) \quad (3)$$

em que $F(x_1, x_2)$ é a distribuição conjunta de x_1 e x_2 , $\pi(x_1, x_2; \lambda)$ é a contribuição para a pobreza de 2 indicadores individuais de bem-estar x_1 e x_2 ; e $\Lambda(\lambda)$ é a área (x_1, x_2) definida onde o conjunto de pessoas pobres pode ser encontrada. Duclos, Sahn e Younger (2006) utilizam o axioma do “foco da

pobreza”, pelo qual se verifica se o indivíduo tem determinado atributo com respeito a que essa pessoa não seja pobre e, desta forma, o índice de pobreza não mudará até mesmo se a pessoa for pobre com relação a outro(s) atributo(s). A contribuição para a pobreza pode ser definida pela equação (4).

$$\pi(x_p, x_2; \lambda) \begin{cases} \geq 0 \text{ se } \lambda(x_p, x_2) \leq 0 \\ = 0 \\ \text{cc.} \end{cases} \quad (4)$$

em que π é o peso que a medida de pobreza atribui a alguém dentro da fronteira de pobreza. Pelo axioma do foco, ele será 0 para as pessoas fora da fronteira; $\lambda(x_p, x_2)$ é a função que captura o bem-estar total, definindo a fronteira da pobreza que separa os não pobres dos pobres.

A superfície de dominância bidimensional estocástica é definida na equação (5).

$$P^{S_{x_1} S_{x_2}}(z_{x_1}, z_{x_2}) = \int_0^{z_{x_1}} \int_0^{z_{x_2}} (z_{x_1} - x_1)^{\alpha_{x_1}} (z_{x_2} - x_2)^{\alpha_{x_2}} dF(x_1, x_2), \quad (5)$$

em que α_{x_1} e α_{x_2} são parâmetros inteiros e não negativos que capturam a aversão e a desigualdade na pobreza em cada uma das duas dimensões.

A superfície de dominância para uma distribuição F é gerada ao variar-se as linhas de pobreza z_{x_1}, z_{x_2} sobre um domínio. Segundo os autores, este índice pode ser interpretado como a generalização bidimensional do índice FGT de Foster, Greer e Thorbecke (1984). A ordem de dominância S_{x_1} na dimensão x_1 e S_{x_2} na dimensão x_2 , que são iguais a $S_{x_1} = \alpha_{x_1} + 1$ e $S_{x_2} = \alpha_{x_2} + 1$. A diferença nessa superfície entre as distribuições F e G está representada pela equação (6).

$$\Delta P^{S_{x_1} S_{x_2}}(z_{x_1}, z_{x_2}) = \int_0^{z_{x_1}} \int_0^{z_{x_2}} (z_{x_1} - x_1)^\alpha (z_{x_2} - x_2)^\zeta d(F-G)(x_1, x_2), \quad (6)$$

em que α e ζ , que descrevem uma classe de índices bidimensionais para os quais as superfícies de dominâncias definidas em (6) são suficientes para se ordenar a pobreza:

$$\Pi^{2,1}(\lambda^*) = \left\{ P(\lambda) \left| \begin{array}{l} \Lambda(\lambda) \subset \Lambda(\lambda^*) \\ \pi(x_1, x_2; \lambda) = 0 \text{ se } \lambda(x_1, x_2) = 0 \\ \frac{\partial \pi(x_1, x_2; \lambda)}{\partial x_1} \leq 0 \text{ e } \frac{\partial \pi(x_1, x_2; \lambda)}{\partial x_2} \leq 0 \quad \forall x_1, x_2 \\ \frac{\partial^2 \pi(x_1, x_2; \lambda)}{\partial x_1 \partial x_2} \geq 0 \quad \forall x_1, x_2 \end{array} \right. \right\} \quad (7)$$

A primeira linha de condições define o maior conjunto para o qual as pessoas pobres irão permanecer. A segunda linha significa que os índices de pobreza são contínuos ao longo da fronteira de pobreza. A terceira linha assume que os índices membros de $\Pi^{1,1}$ são não crescentes em x_1 e x_2 , ou seja, ela segue o axioma da *monotonicidade*. A última linha assume que o indicador de pobreza marginal em x_2 é crescente em x_1 *atributo de sensibilidade*.

Considerando $\Delta P = F - G$, Duclos, Sahn e Younger (2006) definem o Teorema 1 de dominância de primeira ordem para a classe de índices $\Pi^{1,1}$, segundo o qual a pobreza será maior em F do que G para todos os índices de pobreza membros de $\Pi^{1,1}(\lambda^*)$ dado a respectiva restrição representada pela equação (8).

$$\Delta P(\lambda) > 0, \quad \forall P(\lambda) \in \Pi^{1,1}(\lambda^*) \quad (8)$$

$$\text{se } P^{1,1}(x_p, x_2) > 0, \quad \forall (x_p, x_2) \in \Lambda(\lambda^*)$$

Para que haja dominância de maior ordem deve-se aumentar a ordem em uma dimensão ou em ambas simultaneamente. Ambas as abordagens necessitam de mais suposições sobre os efeitos das mudanças em x_1 ou x_2 , ou seja, suposições com relação ao sinal da derivada na equação (7). Pode-se então definir as seguintes classes de índices: $\Pi^{2,1}(\lambda^*)$, $\Pi^{1,2}(\lambda^*)$ ou $\Pi^{2,2}(\lambda^*)$ Batana e Duclos (2008) definem o índice $\Pi^{2,1}(\lambda^*)$ conforme apresentado na equação (9).

$$\Pi^{2,1}(\lambda^*) = \left\{ P(\lambda) \left| \begin{array}{l} P(\lambda) \subset \Pi^{1,1}(\lambda^*) \\ \frac{\partial \pi(x_1, x_2; \lambda)}{\partial x_1} = 0 \text{ e se } \lambda(x_1, x_2) = 0 \\ \frac{\partial^2 \pi(x_1, x_2; \lambda)}{(\partial x_1)^2} \geq 0 \quad \forall x_1 \\ \frac{\partial^3 \pi(x_1, x_2; \lambda)}{\partial x_2 (\partial x_1)^2} \leq 0 \quad \forall x_1, x_2 \end{array} \right. \right\} \quad (9)$$

A primeira linha de restrições impõe as restrições impostas à $\Pi^{1,1}(\lambda^*)$. A segunda linha denota que a primeira derivada com respeito à x_1 deve ser nula para $\lambda(x_1, x_2) = 0$. A terceira implica em acréscimo marginal crescente em x_1 . A última linha assume que o efeito equalizador de tal tipo de transferência deveria declinar com x_2 , ou seja, quanto maior o valor de x_2 , menor a importância da desigualdade na dimensão de x_1 .

Analogamente teremos o Teorema 2 de $\Pi^{2,1}$ dominância da pobreza, pelo qual a pobreza será maior em F do que G para todos os índices de pobreza membros de $\Pi^{1,1}(\lambda^*)$ dado a restrição conforme apresentado na equação (10).

$$\begin{aligned} \Delta P(\lambda) > 0, \quad \forall P(\lambda) \in \Pi^{2,1}(\lambda^*) \\ \text{se } P^{2,1}(x_1, x_2) > 0, \quad \forall (x_1, x_2) \in A(\lambda^*) \end{aligned} \quad (10)$$

4 Resultados

Todos os índices apresentados anteriormente serão calculados utilizando como base de dados na Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2010a) do período 2008-2009. Essa base de dados analisa a composição dos gastos e do consumo das famílias levando em consideração suas classes de rendimentos. Trata-se de uma pesquisa por amostragem, na qual o foco de investigação são os domicílios particulares permanentes. Além disso, o nível de abrangência da pesquisa é o Brasil como um todo, suas regiões e unidades federadas. Neste artigo, foram utilizadas as informações para a região Nordeste do Brasil bem como suas unidades da federação. As unidades federadas utilizadas foram: Maranhão, Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Sergipe e Bahia.

O indicador de saúde e nutrição é calculado levando em consideração as medidas de comprimento e estatura em centímetros (o primeiro para as crianças com idade inferior a 2 anos de idade e o segundo para os indivíduos com idade superior a 2 anos de idade, mas inferior a 5 anos). Os valores de referência

são os fornecidos pelo WHO (World Health Organization). Distingue-se o sexo e a idade das crianças para comparação com os valores de referência.

Os bens utilizados para a construção do indicador de bens são aqueles disponíveis no questionário realizado pela POF, quais sejam: rádio, televisão, micro-computador, geladeira, fogão, ar-condicionado, bicicleta e motocicleta. Outras informações disponíveis na POF que possibilitaram maior análise de acesso a serviços foram: acesso à internet, material predominante no piso, proveniência da água, escoadouro sanitário e a existência de água canalizada. Desta forma, tem-se $i=1, \dots, 13$ variáveis para montar a matriz de atributos. Para cada uma das variáveis definiu-se um conjunto de *dummies* para formar a matriz de informação.

4.1 Dominância estocástica unidimensional

Segundo Asselin (2002), a análise de dominância unidimensional deve ser feita com base na análise individual de cada dimensão de pobreza, ou seja, utiliza-se o indicador de nutrição (o índice de altura por idade da criança) e o de bens (índice de bens). Para a dominância estocástica unidimensional, estima-se o índice FGT para o indicador de nutrição para as unidades da federação da região nordeste, os quais são apresentados no Gráfico 1. Neste caso, apresenta-se o índice para $\alpha = 0$, ou seja, aquele que considera a proporção de pobres. Embora a referência de pobreza nutricional da WHO considera o limite -2, na análise de dominância considera-se toda a distribuição para diferentes linhas de pobreza nutricional.

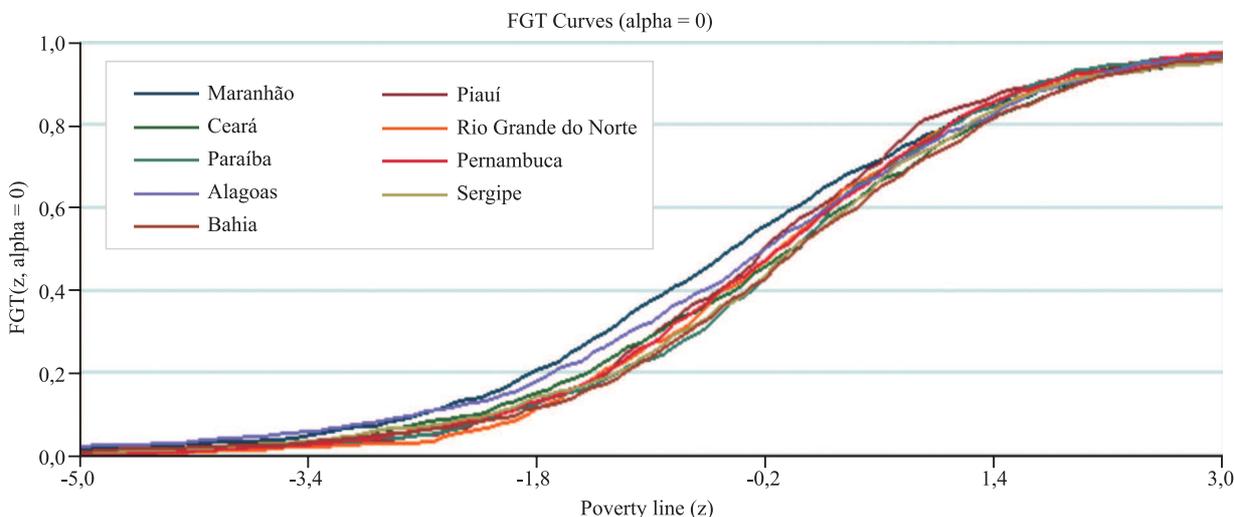
Para análise de dominância de uma unidade da federação sobre outra, as curvas não devem se cruzar para quaisquer linhas de pobreza, e a curva da unidade da federação superior domina a inferior. Pelo Gráfico 1, não se pode afirmar que alguma unidade da federação domine outra para toda linha de pobreza. Este fato mostra uma semelhança no índice idade por altura das crianças das unidades federadas da região nordeste do Brasil. Contudo, para alguns subconjuntos de linhas de pobreza, pode-se inferir algumas

conclusões. Por exemplo, observa-se que a unidade federada do Maranhão domina as demais unidades da federação quando se considera o intervalo de linha de pobreza nutricional de -2 a 1. Já no intervalo da linha de pobreza entre -1.8 a -2, Alagoas domina todos as unidades da federação da região nordeste, exceto Maranhão. No mesmo intervalo, pode-se perceber que para uma linha mais próxima de -1.8, Ceará domina em terceiro lugar, mas é superado na proximidade de -2. Demais análises são mais difíceis de serem feitas devido o cruzamento constante das curvas para várias linhas de pobreza.

Análise similar foi aplicada ao índice de bens construído utilizando a equação (2). Para tanto,

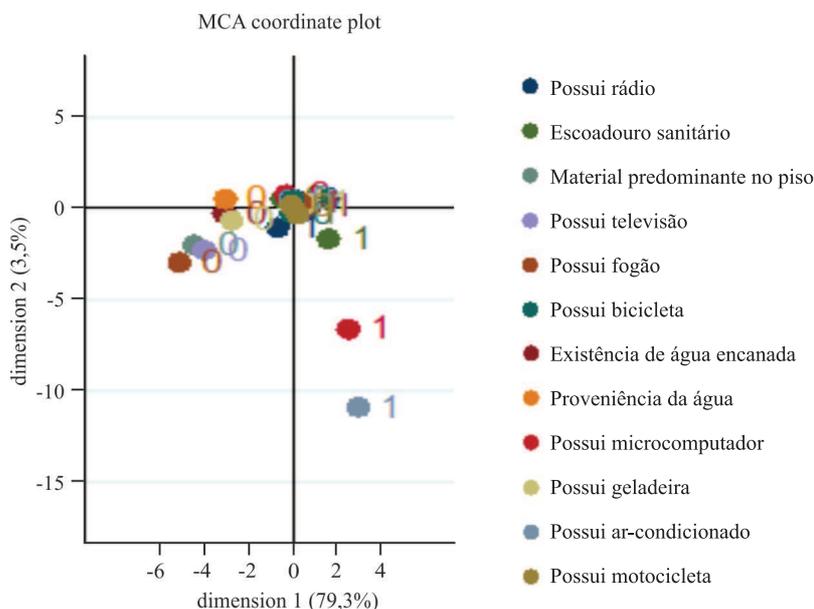
utilizou-se da análise de correspondência múltipla (ACM) para construção dos pesos, conforme metodologia de Asselin (2002), o que é o mais adequado na presença de variáveis binárias. Os resultados da ACM estão apresentados no Gráfico 2 e valores na Tabela 1. A metodologia se ajusta bem para distinguir as pessoas que têm uma melhor condição de vida, bem como as que têm maior privação material. Para análise, considere quanto maior peso em valor absoluto, maior bem-estar se tem. A análise se faz para a resposta “sim” e para a resposta “não” com respeito a possuir ou não o bem. Estatisticamente, afirma-se que a inércia explicada pelo primeiro eixo é de 79,3%.

Gráfico 1 – Curvas FGT do índice altura-por-idade por Unidade da Federação da região Nordeste do Brasil em 2008-2009



Fonte: elaborado pelos autores com base nos dados da POF 2008-2009.

Gráfico 2 – Plotagem das coordenadas da ACM



Fonte: elaborado pelos autores com base nos dados da POF 2008-2009.

Considerando os que responderam “sim” ao ser questionado se tem o bem, observa-se que os bens ‘material predominante no piso’, se possui ‘água encanada’, ‘rádio’, ‘televisão’, ‘geladeira’, ‘fogão’, ‘bicicleta’ e ‘motocicleta’ apresentaram pequeno peso, todos com valores absolutos menores do que 1. Isso quer dizer que quando se tem, se dá menor peso a esses bens. Por outro lado, considerando ainda os que responderam “sim” ao ser questionado se tem o bem, observa-se que os bens ‘escoadouro sanitário’, ‘microcomputador’ e ‘ar-condicionado’, apresentaram peso maior, quais sejam, 16,67, 25,22 e 30,00, respectivamente. Isto quer dizer que quando se tem, esses são os bens que se dá maior peso.

Considerando agora aqueles que responderam “não” ao ser questionado se tem o bem, observa-se que os bens ‘escoadouro sanitário’, ‘rádio’, ‘microcomputador’, ‘ar condicionado’, ‘bicicleta’ e ‘motocicleta’ são os que apresentam menor peso. Ou seja, esses são os bens que quando não se tem não fazem tanta falta, pois tem menor peso. Por outro lado, considerando novamente os que responderam “não” ao ser questionado se tem o bem, observa-se que os bens ‘material predominante no piso’, ‘proveniência de água’, ‘existência de água encanada’, ‘televisão’, ‘geladeira’ e ‘fogão’, sendo estes os bens que têm maior peso quando não se tem o bem.

Tabela 1 – Análise de correspondência múltipla (ACM) para construção do índice de bens

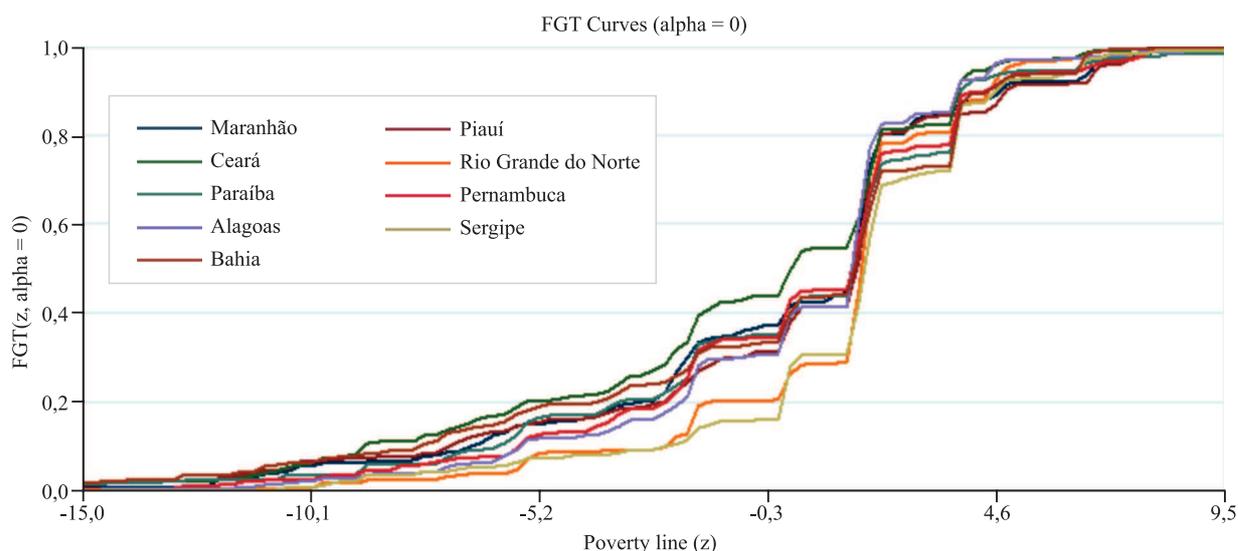
Indicadores	Pesos	Qualidade	Contribuição	SQCORR	Freq. Rel.
Material Predominante no Piso			0.1460		
Material predominante no Piso 1	0.3990	0.8650	0.0120	0.856	0.9168
Material predominante no Piso 0	-4.3930	0.8650	0.1340	0.856	0.0832
Água encanada			0.0640		
Possui água encanada 1	0.2510	0.7310	0.0050	0.73	0.9236
Não possui água encanada 0	-3.0320	0.7310	0.0590	0.73	0.0764
Escoadouro Sanitário			0.0590		
Possui escoadouro sanitário 1	1.6670	0.9040	0.0470	0.862	0.2045
Não possui escoadouro sanitário 0	-0.4280	0.9040	0.0120	0.862	0.7955
Existência de Água Encanada			0.2150		
Existência de água encanada 1	0.8430	0.8100	0.0460	0.809	0.7843
Existência de água encanada 0	-3.0650	0.8100	0.1690	0.809	0.2157
Rádio			0.0100		
Possui rádio	-0.6280	0.8160	0.0080	0.71	0.2348
Não possui rádio	0.1930	0.8160	0.0020	0.71	0.7652
Microcomputador			0.0530		
Possui microcomputador	2.5220	0.7420	0.0480	0.564	0.0900
Não possui microcomputador	-0.2490	0.7420	0.0050	0.564	0.9100
Televisão			0.1110		
Possui televisão	0.3370	0.9070	0.0090	0.892	0.9216
Não possui televisão	-3.9600	0.9070	0.1020	0.892	0.0784
Geladeira			0.1690		
Possui geladeira	0.7360	0.8780	0.0360	0.876	0.7887
Não possui geladeira	-2.7490	0.8780	0.1330	0.876	0.2113
Fogão			0.1440		
Possui fogão	0.3400	0.8640	0.0090	0.851	0.9377
Não possui fogão	-5.1060	0.8640	0.1350	0.851	0.0623
Ar-Condicionado			0.0280		
Possui ar-condicionado	3.0000	0.7010	0.0270	0.438	0.0358
Não possui ar-condicionado	-0.1110	0.7010	0.0010	0.438	0.9642
Bicicleta			0.0000		
Possui bicicleta	0.0390	0.1070	0.0000	0.023	0.4820
Não possui bicicleta	-0.0360	0.1070	0.0000	0.023	0.5180
Motocicleta			0.0010		
Possui motocicleta	0.2680	0.2080	0.0010	0.188	0.1550
Não possui motocicleta	-0.0490	0.2080	0.0000	0.188	0.8450

Fonte: elaborada pelos autores com base nos dados da POF 2008-2009.

A dominância estocástica unidimensional para o índice de bens é apresentado no Gráfico 3. Assim como no índice idade por altura, não há uma unidade federada que domine outra para toda linha de pobreza, evidenciando mais uma vez uma homogeneidade do acesso aos indivíduos aos bens dentre todas as unidades da federação na região

nordeste. Fazendo uma análise por subconjuntos de linhas de pobreza, observa-se que aproximadamente no intervalo de -9 a 0, observa-se a unidade da federação Ceará dominando todas as demais, e as duas mais dominadas são as do Rio Grande do Norte e Sergipe.

Gráfico 3 – Curvas FGT índice altura-por-idade por Unidade da Federação da região Nordeste do Brasil em 2008-2009



Fonte: elaborado pelos autores com base nos dados da POF 2008-2009.

4.2 Dominância estocástica bidimensional com significância estatística

A análise da dominância estocástica bidimensional pode ser feita através da análise de um gráfico em três dimensões, analisando a superfície tridimensional entre cada estado, ou seja, um gráfico que compara simultaneamente a dominância na dimensão do índice altura por idade e do índice de bens, simultaneamente.

A dominância de segunda ordem é montada pela função superfície de diferença entre unidades da federação. Sendo assim, a diferença da unidade da federação A e B gera uma superfície de uma função do tipo $f(x,y)$, A equação (11) resume a análise de dominância.

$$f(x,y) \geq 0 \quad \forall z \Rightarrow A \text{ domina estritamente } B \quad (11)$$

em que: x é o índice idade por altura; y é o índice de bens; $f(x,y)$ é a superfície da diferença de $A-B$, z é linha de pobreza. Ou seja, a função deve estar acima do plano (x,y) para toda linha de pobre-

za e a implicação seria A dominando estritamente B , estatisticamente. Assim como a análise unidimensional, pode ocorrer uma “não dominância” para toda linha. Então pode-se utilizar o produto cartesiano de sublinhas de x e y para algumas regiões de dominância de A sobre B .

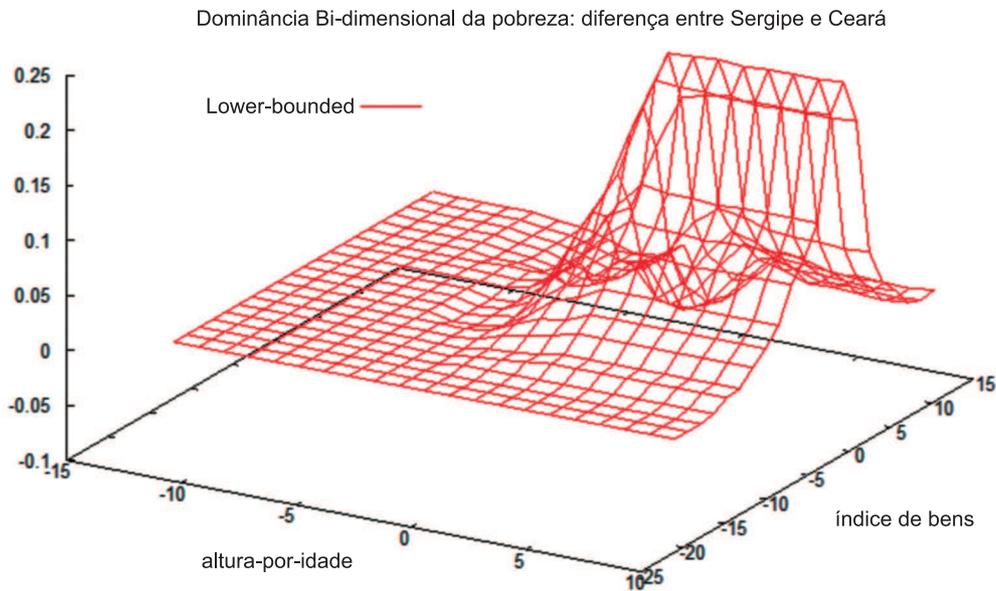
O Gráfico 4 apresenta um exemplo de superfície na qual A é representada por Sergipe e B é representada pela unidade federada Ceará. Nela, pode-se observar que a superfície não encontra-se inteiramente maior do que 0, o que significa que Sergipe não domina Ceará para toda linha de pobreza.

Embora essa análise tridimensional seja mais visual, não é recomendável sobrepor todas as regiões de produto cartesiano de linhas de pobreza, pois o excesso de informação visual dificultará qualquer análise. Ademais, não é tão claro concluir se a superfície está acima ou abaixo do plano (x,y) . Sendo assim, a mesma será projetada no plano bidimensional e hachurar quando a unidade da federação A dominar não estritamente a unidade da federação B , estatisticamente. As regiões do

plano que não estiverem hachuradas, representam regiões de produto cartesiano de linhas cuja unidade federada A não domina B , estatisticamente. O Gráfico 5 é uma representação dessa outra análise para o mesmo exemplo apresentado no Gráfico 4.

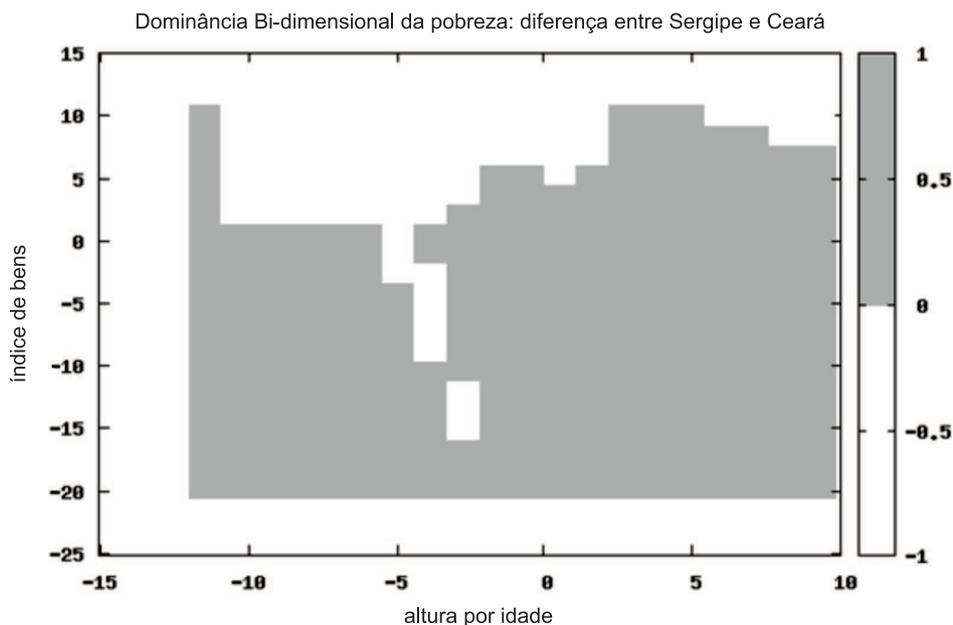
Observe que não há dominância estrita de A sobre B sobre . A dominância não estrita acontece apenas para algumas combinações de produto cartesiano dos dois índices.

Gráfico 4 – Dominância estocástica bidimensional da pobreza para as Unidades da Federação Sergipe e Ceará de 2008-2009



Fonte: elaborado pelos autores com base nos dados da POF 2008-2009.

Gráfico 5 – Projeção da Dominância estocástica bidimensional da pobreza para as unidades da federação Sergipe e Ceará de 2008-2009



Fonte: elaborado pelos autores com base nos dados da POF 2008-2009.

O Gráfico 5 é a versão ampliada do mapa que consta na Tabela A1 do Anexo. A Tabela A1 cons-

ta o cruzamento de dominância entre todos os estados da região nordeste, sempre com a abscissa

representada pelos valores de linha de pobreza do índice altura-por-idade e a ordenada representada pelas linhas de pobreza de índice de bens. Em particular, para localizar a posição do Gráfico 5 na Tabela A1 basta saber que Sergipe ocupa a posição da penúltima coluna e Ceará a terceira linha. Isso ajuda a interpretar a Tabela A1, em que as colunas são as unidades da federação A, enquanto as linhas representam as unidades da federação B. Ou seja, a pergunta é se as unidades da federação nas colunas dominam as unidades da federação das linhas. Óbvio que na diagonal principal da matriz não há informação, pois é um cruzamento de uma unidade federada com ela mesma. Para efeito de análise, a cor cinza (hachura) representa as combinações do produto cartesiano das linhas dos dois índices onde há dominância bidimensional estatística de sobre . Por outro lado, a existência dos pontos brancos (sem hachura) indica produto cartesiano de linhas dos dois índices com ausência de dominância de sobre .

Analisando a Tabela A1 do Anexo pode-se observar que não há nenhuma unidade da federação com dominância estrita sobre qualquer outra. Desta forma, há sempre alguma combinação de produto cartesiano de linhas dos índices cuja dominância não ocorre, impedindo a dominância estrita. Ou seja, dependendo da linha utilizada para os índices, uma unidade federada pode ser considerada mais pobre que a outra ou não, em que o inverso seria o adequado.

Ainda analisando a Tabela A1, alguns cruzamentos dentre unidades da federação devem ser destacados. Para a relação entre Piauí e Maranhão, sempre há dominância estocástica bidimensional de Piauí sobre Maranhão para valores da linha de pobreza nutricional abaixo de 0, mas para valores acima de 0 só há dominância em um pequeno intervalo da linha de pobreza do índice de bens. Ao contrário, há dominância estocástica bidimensional de Maranhão sobre Piauí para valores da linha de pobreza nutricional acima de zero e no domínio inferior da linha de pobreza de bens. Na relação entre as unidades da federação Rio Grande do Norte e Maranhão, há uma direção muito clara de dominância estocástica bidimensional da pobreza do Rio Grande do Norte sobre Maranhão. As unidades da federação Sergipe e Rio Grande do Norte se destacam por apresentar as maiores áreas significantes de dominância estocástica bidimensional da pobreza sobre os demais estados.

O estado da Bahia tende a apresentar dominância estocástica bidimensional da pobreza significativa sobre os demais estados para os valores inferiores do domínio das linhas de pobreza nutricional e de bens. Analisando a linha para o estado do Ceará, ocorreram áreas estatisticamente significantes para a relação com Rio Grande do Norte, Paraíba e Pernambuco, ou seja, ocorreu dominância estocástica bidimensional da pobreza destes estados sobre o Ceará.

Por fim, cabe lembrar que a análise de dominância estocástica bidimensional, conforme se observa no resultado, não é simétrica, ou seja, a dominância em uma direção não implica em não dominância na outra, uma vez que se consideram os intervalos de confiança. Neste sentido, ao se analisar mapas em posição simétrica da Tabela A1, pode-se considerar que quando há dominância estocástica bidimensional nas duas direções que os intervalos de confiança se tocam. Isto implica dizer que a análise do resultado de dominância estocástica bidimensional deveria se restringir àqueles intervalos em que há dominância em uma direção e não dominância estocástica bidimensional na outra direção.

Para exemplificar, pode-se analisar o caso de dominância estocástica de Sergipe sobre Maranhão e Alagoas em que o mapa é quase totalmente hachurado. Contudo, ao analisarmos a direção contrária, Maranhão e Alagoas sobre Sergipe, há área de dominância estocástica que deveriam ser desprezadas na primeira análise. Ou seja, só há dominância estocástica de Sergipe sobre Maranhão e Alagoas e não dominância estocástica destes sobre Sergipe para intervalos do domínio que desconsidera os intervalos inferiores do domínio das linhas de pobreza. A dominância estocástica, neste caso, é observada significativa na direção de Sergipe sobre Maranhão e Alagoas e não observada significativa na direção contrária em torno de (0,0).

5 Conclusão

Esse artigo consistiu na construção de uma análise multidimensional da pobreza para os estados do Nordeste Brasileiro. Trata-se de uma abordagem bidimensional, na qual uma dimensão é criada para indicador de pobreza baseado na nutrição usando o índice idade por altura e outra dimensão é usada para representar outro indicador de pobreza baseado na posse de alguns bens específicos.

cos disponíveis no questionário da POF. Para fins de comparação, os mesmos índices foram usados para uma análise unidimensional. Verifica-se que para ambas as análises, unidimensional e bidimensional, não há dominância estrita de nenhum estado sobre outro. A dominância ocorre apenas de maneira não estrita, considerando no caso unidimensional um subconjunto de linhas de pobreza e no caso bidimensional, considerando subconjuntos do produto cartesiano das linhas dos dois índices. O indicador composto tem seus pesos determinados por uma análise multivariada dos dados, mais especificamente, uma abordagem inercial, utiliza-se a Análise de Correspondência Múltipla. Os dados referentes ao domicílio, para a construção do índice de bens, e às características dos indivíduos, para a construção do indicador de nutrição, foram obtidos na POF 2008-2009. Por fim, uma análise ordinal é feita através de testes de dominância unidimensionais e bidimensionais estocásticas, em que este último é baseado na metodologia de Duclos, Sahn e Younger (2006).

Pela análise da dominância unidimensional, observa-se que não há dominância estrita de nenhum estado sobre o outro para todo o domínio de linhas de pobreza nutricional ou de bens, considerando todas as unidades da federação da região nordeste. Contudo, há dominância para pequenas faixas da linha de pobreza. Com respeito ao índice nutricional, o estado do Maranhão, na faixa de -2 a 1 da linha de pobreza nutricional, consegue dominar todos os outros estados, mas ela é apenas restrita, mostrando a ineficácia dessa ordenação para esses estados. Para um faixa de domínio mais restrita, de -2 a 0, a pobreza nutricional é maior no Maranhão, seguido por Alagoas e posteriormente Ceará.

A construção do índice de bens, seguindo uma análise de correspondência múltipla, mostrou que os bens utilizados discriminam bem a definição de pobreza e a análise de dominância estocástica unidimensional para o índice mostrando que há dominância de pobreza de bens no estado do Ceará somente na faixa de -9 a 0. O ordenamento observado nesta faixa do domínio da linha de pobreza coloca a Bahia em segundo na ordem de pobreza de bens.

A análise da dominância bidimensional estocástica foi realizada com diagramas e mapas de superfície tridimensional, comparando sempre dois estados. Nestes mapas, a área hachurada indica quais

combinações de valores de linha de pobreza para os quais há dominância bidimensional da pobreza de um estado i sobre um estado j , e a área não hachurada indica que a condição de dominância não é satisfeita. Os resultados apontam que não há dominância da pobreza bidimensional de um estado sobre o outro para todo o domínio das linhas de pobreza nutricional e de bens, contudo, apenas para subconjuntos destes. Analisando a relação de pobreza bidimensional entre Sergipe e Ceará, sempre há dominância bidimensional de Sergipe sobre o Ceará para valores de linha de pobreza nutricional, considerando algum valor de linha de pobreza do índice de bens, mas o inverso não é verdade. Por outro lado, não há dominância bidimensional de Sergipe sobre o Ceará para valores de linha de pobreza do índice de bens acima de 10, para qualquer valor de linha de pobreza nutricional.

Destacam-se ainda os resultados: na relação entre os estados do Rio Grande do Norte e Maranhão, há uma direção muito clara de dominância estocástica bidimensional da pobreza do Rio Grande do Norte sobre Maranhão; os estados de Sergipe e Rio Grande do Norte se destacam por apresentar as maiores áreas significantes de dominância estocástica bidimensional da pobreza sobre os demais estados; o estado da Bahia tende a apresentar dominância estocástica bidimensional da pobreza significativa sobre os demais estados para os valores inferiores do domínio das linhas de pobreza nutricional e de bens; para o estado do Ceará ocorreram áreas estatisticamente significantes de dominância estocástica bidimensional sobre Rio Grande do Norte, Paraíba e Pernambuco.

Os resultados apontaram que a dominância em uma direção não implica necessariamente em não dominância na outra. Isto implica dizer que a análise do resultado de dominância estocástica bidimensional deveria se restringir àqueles intervalos em que há dominância em uma direção e não dominância estocástica bidimensional na outra direção. Adotando este critério de análise, há dominância estocástica bidimensional de Sergipe sobre Maranhão e Alagoas (mapa é quase totalmente cinza), mas na direção contrária, Maranhão e Alagoas sobre Sergipe, há áreas de dominância estocástica significativa que deveriam ser desprezadas na primeira análise. Portanto, é correto afirmar que somente há dominância estocástica de Sergipe sobre Maranhão e Alagoas e não dominância estocástica destes sobre Sergipe para intervalos do

domínio que desconsidera os intervalos inferiores do domínio das linhas de pobreza.

O uso desta metodologia e a possibilidade de escolha de novas combinações de bens e de dimensões de nutrição apontam que o resultado pode ser sensível à escolha da cesta de bens e de indicadores de saúde. Uma das hipóteses para a não dominância entre os estados pode ser encontrada no fato de que os estados são muito homogêneos quanto às dimensões consideradas. Levando essa suposição em consideração, uma nova análise utilizando a mesma metodologia e abordando diferentes regiões do país pode ser capaz de discriminar a pobreza quanto aos critérios selecionados.

Uma segunda hipótese para a não dominância pode ser conjecturada no próprio modelo utilizado para determinar as dimensões de privação. Com isso, duas correções para esse problema são sugeridas. A primeira opção surge ao considerarmos que não houve erro na especificação das variáveis utilizadas no modelo, ou seja, apesar da subjetividade envolvida na escolha dos fatores cruciais para a identificação dos pobres, a omissão de variáveis relevantes e a inclusão de variáveis irrelevantes (ou correlacionadas), não impactam significativamente na distinção dos privados materialmente. Por conseguinte, uma resolução pode ser obtida pela adoção de um modelo de redução de escala que não a ACM, tal como ACP, AF ou Fuzzy Set. Todavia, devido à vasta gama de escolhas que um pesquisador tem, é interessante que os trabalhos levem em conta as modelagens mais recorrentes na literatura para cada tipo de variável, a fim de que haja comparabilidade entre as pesquisas e, conseqüentemente, uma correta avaliação da evolução da pobreza em um determinado local.

A despeito dessas considerações, a metodologia de análise bidimensional é relevante para mostrar que uma abordagem não monetarista é capaz de gerar ordenamento de pobreza em novas dimensões, apontando para privações que são relevantes no conceito de pobreza multidimensional e que devem ser alvo do formulador de política pública.

Referências

ABDI, H.; VALENTIN, D. **Multiple correspondence analysis**. Thousand Oaks, 2007. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.79.378&rep=1&type=pdf>>. Acesso em: 24 set. 2011.

ALKIRE, S.; FOSTER, J. **Counting and multidimensional poverty measurement**. (OPHI WORKING PAPER, n. 32) Dezembro 2009. Disponível em: <<http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/OPHI-wp32.pdf>>. Acesso em: 26 nov. 2011.

ARAAR, A.; DUCLOS, J.-Y. **DAD: A software for poverty and distributive analysis**. (PMMA Working Paper 2006) 10 mai. 2006. Disponível em: <SSRN: <http://ssrn.com/abstract=905577>>. Acesso em: 15 ago. 2011.

ASSELIN, L.-M. **Composite indicator of multidimensional poverty**. CECI, jun. 2002. Disponível em: <<http://www.pep-net.org/fileadmin/medias/pdf/Multi-Dim-Pov-Doc.pdf>>. Acesso em: 15 nov. 2011.

ATKINSON, A. B. Multidimensional deprivation: contrasting social welfare and counting approaches. **Journal of Economic Inequality**, v. 1, p. 51-65, 2003. Disponível em: <http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/Atkinson-2003_-Mult-Depr-SW-vs-counting.pdf>. Acesso em: 17 dez. 2011.

BALDINI, M.; TOFT, C. Note de lecture. **Économie Publique**, nº 18-19, 2006/1-2.

BARROS, R. P. D.; CARVALHO, M. D.; FRANCO, S. **Pobreza multidimensional no Brasil**. (Texto para discussão nº 1227) Rio de Janeiro: Ipea, 2006. Disponível em: <http://www.ipea.gov.br/sites/000/2/publicacoes/tds/td_1227.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2012.

BATANA, Y. M.; DUCLOS, J.-Y. **Multidimensional Poverty dominance: statistical inference and application to west Africa**. (CIRPEE Working Paper 08-08) 1 mai. 2008. Disponível em: <SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1139916>>. Acesso em: 14 ago. 2011.

BENZÉCRI, J. P. Sur le calcul des taux, d'inertie dans l'analyse d'un questionnaire. **Cahiers de L'Analyse des Données**, vol. 4, n. 3, p. 377-384.

BETTI et al. **The fuzzy set approach to multidimensional poverty: the case of Italy in the 1990s**. In: KAKWANI, N.; SILBER, J. **Quantitative approaches to multidimensional poverty measurement**. Nova York: PALGRAVE MACMILLAN, 2008.

- BIBI, S. **Measuring poverty in a multidimensional perspective: a review of literature.** (PMMA Working Paper n. 2005) 7 nov. 2005. Disponível em: <SSRN: <http://ssrn.com/abstract=850487>>. Acesso em: 24 ago. 2011.
- BOOYSEN, F. et al. **Using an asset index to assess trends in poverty in seven Sub-Saharan African countries.** Multidimensional Poverty hosted by the International Poverty Centre of the United Nations Development Programme (UNDP). Brasília: [s.n.]. 2005.
- BOSSERT, W.; CHAKRAVARTY, S. R.; D'AMBROSIO, C. **Multidimensional Poverty and material deprivation.** (CIREQ-Cahier 12) 2009. Montreal, ago. 2009.
- BOURGUIGNON, F.; CHAKRAVARTY, S. R. **Multidimensional poverty orderings.** (DELTA Working Papers 2002) 22 abr. 2002.
- BOURGUIGNON, F.; CHAKRAVARTY, S. R. **The measurement of multidimensional poverty.** Journal of Economic Inequality, v. 1, p. 25-49, 2003.
- BOYADJIAN, A. C. P. D. B. **Os programas de Transferência de Renda no Brasil no Período 1992 a 2007.** In: MARQUES, R. M.; FERREIRA, M. R. J. **O Brasil sob a nova ordem: a economia brasileira contemporânea: uma análise dos governos Collor a Lula.** São Paulo: Saraiva, 2010.
- BURLANDY, M. D. C. M. S. L. et al. Programa Bolsa Família: nova institucionalidade no campo da política social brasileira? **Revista Katál. Florianópolis**, v. 10 n. 1, p. 86-94, jan./jun. 2007. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rk/v10n1/v10n1a10.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2011.
- DAVIDSON, R.; DUCLOS, J.-Y. **Testing for restricted stochastic dominance.** (Working Paper 06-09), CIRPÉE, Québec, mar. 2006.
- DUCLOS, J.-Y.; ARAAR, A. **Economic Studies in Inequality Social Exclusion and Well-Being.** In: DUCLOS, J.-Y.; ARAAR, A. **Poverty and equity: measurement, policy and estimation with dad.** [S.l.]: Springer e International Development Research Centre, v. 2, 2006. Cap. 1, p. 3-18. Disponível em: <<http://www.idrc.ca/EN/Resources/Publications/Pages/IDRCBookDetails.aspx?PublicationID=324>>. Acesso em: 23 ago. 2011.
- DUCLOS, J.-Y.; SAHN, D. E.; YOUNGER, S. D. Robust multidimensional poverty comparisons. **The Economic Journal**, 116, p. 943-968, out. 2006.
- ESPOSITO, L.; CHIAPPERO-MARTINETTI, E. **Multidimensional poverty measurement: restricted and unrestricted hierarchi among poverty dimensions.** (OPHI Working Paper 22), Oxford, ago 2008.
- FOSTER, J. E.; GREER, J.; THORBECKE, E. **The Foster-Greer-Thorbecke (FGT) poverty measures: twenty-five years later.** IIEP-WP-2010-14, Nova York, abr. 2010. Disponível em: <http://elliott.gwu.edu/~iiep/assets/docs/papers/Foster_IIEPWP2010-14.pdf>. Acesso em: 03 nov. 2011.
- _____. A class of decomposable poverty measures. **Econometrica**, v. 52, p. 761-776, mar. 1984.
- FOSTER, J. E.; SHORROCKS, A. F. Poverty orderings. **Econometrica**, v. 56, p. 173-177, Janeiro 1988.
- _____. Poverty orderings and welfare dominance. **Social Choice and Welfare**, v. 5, p. 179-198, jan. 1988.
- GREENACRE, M. J. **From correspondence analysis to multiple and joint correspondence analysis.** Barcelona, set. 2005. Disponível em: <SSRN: <http://ssrn.com/abstract=847664>>. Acesso em: 26 set. 2011.
- GLOBAL POVERTY WORKING GROUP. **Poverty headcount ratio at national poverty line (% of population) | Table**, 2011. Disponível em: <<http://data.worldbank.org/indicator/SI.POV.NAHC/countries/BR?display=default>>. Acesso em: 10 set. 2011.
- HARDLE, W.; SIMAR, L. **Applied multivariate statistical analysis.** 2. ed. New York: Springer, 2003.
- IBGE. **Pesquisa de orçamentos familiares, 2008-2009.** Rio de Janeiro, 2010a Disponível em: <http://ibge.gov.br/home/xml/pof_2008_2009.shtm>. Acesso em: 03 out. 2011.

IBGE. Um panorama da saúde no Brasil: acesso e utilização dos serviços, condições de saúde e fatores de risco e proteção à saúde.

Rio de Janeiro, 2010b. Disponível em: <http://ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/panorama_saude_brasil_2003_2008/PNAD_2008_saude.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2012.

IBGE. Pesquisa Nacional de Saneamento Básico 2008, Rio de Janeiro, 2010c. Disponível em: <http://ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaoodevida/pnsb2008/PNSB_2008.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2012.

IBGE. Síntese de indicadores sociais: uma análise das condições de vida da população brasileira, Rio de Janeiro, 2010d. Disponível em: <http://ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/condicaoodevida/indicadoresminimos/sinteseindicsoais2010/SIS_2010.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2012.

JORESLOG, K. G.; MOUSTAKI, I. Factor analysis of ordinal variables: a comparison of three approaches. **Multivariate Behavioral Research**, v. 36, p. 347-387, 2001.

KABUBO-MARIARA, J.; WAMBUGU, A.; MUSAU, S. **Multidimensional poverty in Kenya: analysis of maternal and child well-being**. (PMMA Working paper) set. 2011. Disponível em: <<http://portal.pep-net.org/documents/download/id/17948>>. Acesso em: 27 dez. 2011.

KAKWANI, N.; SILBER, J. (Eds.). **Quantitative approaches to multidimensional poverty measurement**. [S.l.]: Palgrave Macmillan, 2008.

KRISHNAKUMAR, J. **Going beyond functionings to capabilities: an econometric model to explain and estimate capabilities**. International Conference on The Many Dimensions of Poverty International Poverty Centre. Brasília: [s.n.]. 2005.

LEE, S.-Y. **Structural Equation Modeling: a bayesian approach**. 1. ed. [S.l.]: Wiley, 2007.

LOPES, H. M.; MACEDO, P. B. R.; MACHADO, A. F. **Indicador de pobreza: aplicação de uma abordagem multidimensional ao caso brasileiro**. UFMG/Cedeplar. Belo Horizonte. 2003.

MAHALANOBIS, P.C. On the generalised distance in statistics. Proceed-

ings of the National Institute of Sciences of Indis. v. 2, n. 4, p. 49-55, 1936.

MATIAS, JONATHAN S., **Análise da qualidade do crescimento no Brasil entre o período 1995-2008: uma análise comparativa entre estados e regiões brasileiras**. 2010. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2010. Disponível em: <http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/5349/1/2010_dissert_jsmatias.pdf>. Acesso em: 30 mai. 2017.

MOUSTAKI, I.; JORESLOG, K. G.; MAVRIDIS, D. Factor models for ordinal variables with covariate effects on the manifest and latent variables: A comparison of LISREL and IRT approaches. **Structural Equation Modeling Journal**, v. 11, n. 4, p. 487-513, 2004. Disponível em: <<http://stat-athens.aueb.gr/~moustaki/articles/paper10.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2011.

NJONG, A. M.; NINGAYE, P. **Characterizing weights in the measurement of multidimensional poverty: an application of data-driven approaches to Cameroonian data**. (OPHI Working Paper 21) Oxford, ago 2008. Disponível em: <<http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/OPHI-wp21.pdf>>. Acesso em: 15 fev. 2012.

OPHI. OXFORD POVERTY AND HUMAN DEVELOPMENT INITIATIVE. **Multidimensional Poverty Index (MPI) At a Glance**. OPHI Country Briefing 2011, 2011. Disponível em: <<http://hdr.undp.org/external/mpo/Brazil-OPHI-CountryBrief-2011.pdf>>. Acesso em: 16 abr. 2012.

RENCHER, A. C. **Methods of multivariate analysis**. 2.ed. New York: Wiley, 2002.

REYMENT, R. A.; JORESLOG, K. G. **Applied factor analysis in the natural sciences**. Cambridge: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1996.

RIO GROUP. **Compendium of best practices in poverty measurement**. Rio de Janeiro, 2006. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/poverty/pdf/rio_group_compendium.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2011.

ROCHA, S. Impactos sobre a pobreza dos novos programas federais de transferência de

renda. **Economia Contemporânea**, Rio de Janeiro, v. 9, n.1, p. 153-185, jan./abr. 2005.

SÁTYRO, N.; SOARES, S. **Programa Bolsa Família: desenho institucional, impactos e possibilidades futuras**. (Texto para discussão n. 1424). Brasília, out. 2009a. Disponível em: <http://desafios.ipea.gov.br/sites/000/2/publicacoes/tds/td_1424.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2012.

SÁTYRO, N.; SOARES, S. **Análise do impacto do programa Bolsa Família e do Benefício de Prestação Continuada na redução da desigualdade nos estados brasileiros 2004 a 2006**. (Texto para discussão n. 1435) Nov. 2009b. Disponível em: <http://www.ipea.gov.br/sites/000/2/publicacoes/tds/td_1435.pdf>. Acesso em: 16 jul. 2012.

SEN, A. **Commodities and capabilities**. Amsterdam: North-Holland, 1985.

SEN, A. Development as capability expansion. In: (EDS.), K. G. A. J. K. **Human development and the international development strategy for the 1990s**. Londres: Macmillan, 1990.

SEN, A. Human rights and capabilities. **Journal of Human Development**, Cambridge, v. 6, n. 2, p. 151-166, jul. 2005.

SOARES, F. V.; RIBAS, R. P.; OSÓRIO, R. G. **Avaliando o impacto do Programa Bolsa Família: uma comparação com programas de transferência condicionada de renda de outros países**. Brasília, 2007. Disponível em: <<http://www.ipc-undp.org/pub/port/IPCEvaluationNote1.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2011.

TAFNER, P.; CARVALHO, M. D.; BOTELHO, C. O aprimoramento das políticas sociais: rumo ao Bolsa Família 2.0. In: GIAMBIAGI, F.; BARROS, O. **Brasil pós-crise: agenda para a próxima década**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2009.

THORBECKE, E. **Multidimensional poverty: conceptual and measurement issues**. Brasília, 2005. Disponível em: <<http://www.arts.cornell.edu/econ/et17/Erik%Thorbecke%20files/Multi1.pdf>>. Acesso em: 23 ago 2011.

TSUI, K.-Y. Multidimensional poverty indices. **Social Choice and Welfare**, v. 19, p. 69-93, 2002. Disponível em: <[http://websie.eclac.cl/mmp/doc/Tsui%20\(2002\).pdf](http://websie.eclac.cl/mmp/doc/Tsui%20(2002).pdf)>. Acesso em: 10 abr. 2012.

WORLD BANK DEVELOPMENT RESEARCH GROUP. **Income share held by highest 10% | Table**, 2011. Disponível em: <<http://data.worldbank.org/indicator/SI.DST.10TH.10>>. Acesso em: 10 Setembro 2011.

WORLD BANK DEVELOPMENT RESEARCH GROUP. The World Bank Group. **Income share held by lowest 10% | Table**, 2011. Disponível em: <<http://data.worldbank.org/indicator/SI.DST.FRST.10>>. Acesso em: 10 set. 2011.

WORLD HEALTH ORGANIZATION. **World Health Statistics 2016 - monitoring health for the SDG, sustainable development goals**. WHO Press, 2016.

ZHANG, Q. DAD, an innovative tool for income distribution analysis. In: ZHANG, Q. **Journal of Economic Inequality**. [S.l.]: Springer, v. 1, p. 281-284. 2003.

Tabela A1 - Resultados dos testes de dominância entre os estados com significância estatística

	Maranhão	Piauí	Ceará	RN	Paraíba	Pernambuco	Alagoas	Sergipe	Bahia
Maranhão									
Piauí									
Ceará									
RN									
Paraíba									
Pernambuco									
Alagoas									
Sergipe									
Bahia									

Obs.: Leia-se dominância estocástica bidimensional da unidade da coluna / sobre a unidade da linha *i*. A cor cinza indica quais combinações de valores de linha de pobreza para os quais há dominância bidimensional da pobreza da unidade da coluna sobre a unidade da linha. A existência dos pontos brancos indica que a condição de dominância não é satisfeita.